



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

SCUOLA DI SCIENZE

Bollettino Notiziario

Anno Accademico 2016/2017

Laurea in Matematica

Curriculum: Corsi comuni

ALGEBRA 1

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+30E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Nessuno.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Riprendere e precisare nozioni di base su insiemi, numeri e polinomi. Introdurre le principali strutture algebriche quali gruppi e anelli con particolare riguardo agli anelli di polinomi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula.

Contenuti :

Insiemi, applicazioni; numeri naturali, interi, reali e complessi; matrici. Equivalenze e partizioni, \mathbb{Z}^m insieme delle classi resto, cardinalità, ordinamenti, reticoli, grafi, alberi. Semigruppoidi, monoidi, quozienti, gruppi, permutazioni, sottogruppi, sottogruppi normali, omomorfismi di gruppi. Anelli, ideali, polinomi, domini euclidei, teorema di Ruffini.

Modalità di esame :

Esame scritto.

Criteri di valutazione :

Correttezza delle risposte.

Testi di riferimento :

Alberto Facchini, Algebra e matematica discreta. : Decibel Zanichelli, 2000

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Testo di riferimento: Alberto Facchini, α Algebra e matematica discreta α , Decibel Zanichelli, 2000. Appunti del corso.

ALGEBRA 2

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI)

Periodo: II anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+30E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Algebra 1.

Prerequisiti: Algebra e geometria del primo anno.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Studio, anche sulla base di esempi già noti, delle principali strutture algebriche: gruppi, anelli, campi. Sarà data particolare attenzione alle proprietà dei polinomi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula

Contenuti :

I numeri: risoluzione di congruenze lineari, teorema cinese del resto, funzione di Eulero, teorema di Eulero.

Gli anelli: I teoremi di omomorfismo e isomorfismo, campo dei quozienti di un dominio di integrità.

I polinomi: fattorialità dell'anello dei polinomi, questioni di irriducibilità, polinomi ciclotomici, polinomi e funzioni polinomiali in π^1 indeterminate, polinomi simmetrici.

I gruppi: permutazioni, gruppi diedrali, i teoremi di isomorfismo, azioni di gruppi su insiemi, i teoremi di Sylow, prodotti diretti e semidiretti, gruppi abeliani finiti.

I campi: estensioni, elementi algebrici e trascendenti, campo di spezzamento, campi finiti, costruzioni con riga e compasso, cenni su risolubilità per radicali.

Assioma della scelta e lemma di Zorn, chiusura algebrica.

Modalità di esame :

Due compiti durante il corso o prova finale scritta nelle sessioni d'esame.

Criteri di valutazione :

La valutazione si basa sulla capacità del candidato di risolvere esercizi sullo studio delle strutture algebriche introdotte nel corso, sapendone verificare le principali proprietà

Testi di riferimento :

N. Jacobson, Basic Algebra I: Second Edition. : Dover Books on Mathematics, 2009

ALGEBRA LINEARE APPLICATA

(Titolare: Prof. LUIGI SALCE)

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU
Sede dell'insegnamento : insegnamento a scelta, alternativo a Geometria 2 (B).

Prerequisiti :

Propedeuticità: Geometria 1.

E' indispensabile la conoscenza della teoria degli spazi vettoriali e di elementi di base di teoria delle matrici sui campi, inclusa la teoria di Jordan per matrici complesse.

E' inoltre richiesta la conoscenza di risultati di base di algebra.

Tali conoscenze sono usualmente fornite dai primi corsi di Geometria e di Algebra.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo studente dovrà acquisire dimestichezza con proprietà basilari della teoria delle matrici reali e complesse, nonché con le due particolari classi di matrici che sono maggiormente utilizzate nelle applicazioni, costituite dalle matrici complesse hermitiane (o reali simmetriche) e dalle matrici reali non negative.

Dovrà conoscere i risultati fondamentali su tali matrici, e saperli utilizzare per risolvere specifici problemi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

L'insegnamento avverrà con lezioni frontali. I teoremi ed i diversi risultati teorici saranno sempre illustrati con esempi ed esercizi. Alcuni esercizi saranno affidati allo svolgimento a casa da parte degli studenti.

Contenuti :

1^ PARTE: RISULTATI DI BASE.

Richiami su diagonalizzazione e triangolarizzazione di matrici complesse. Teorema spettrale in forma moltiplicativa e additiva.

Caratterizzazione di matrici hermitiane, anti-hermitiane e unitarie. Decomposizioni a rango pieno. Matrici elementari e decomposizione LU. Decomposizione QR-normalizzata. Pseudo-inversa di Moore-Penrose. Equazioni normali. Soluzioni ai minimi quadrati.

Decomposizioni in valori singolari. Decomposizioni polari. Norme matriciali. Norme indotte da norme vettoriali. Norme compatibili.

Norme notevoli. Lemma di Banach. Raggio spettrale e norme matriciali. Teorema di Householder. Limite delle successioni delle potenze di matrici. Approssimazioni di matrici ai minimi quadrati. Teorema dei cerchi di Gerschgorin. Complemento di Schur e determinante a blocchi. Teoremi di Haynsworth e Sylvester.

2^ PARTE: MATRICI HERMITIANE

Forme quadratiche e forme sesquilineari hermitiane. Congruenze. Principio di Rayleigh-Ritz. Legge d'inerzia di Sylvester. Teorema di Ostrowski. Matrici definite e semi-definite positive. Teorema min-max. Principio d'inclusione. Teorema dell'intercambio. Teorema di separazione di Poincaré. Teorema di monotonicità di Weyl. Disuguaglianze di Hadamard. Teorema di Schur su confronto diagonale-spettro di matrici hermitiane. Preordine in R^n . Teorema di Horn. Matrici bistocastiche e Teorema di Birkhoff.

3^ PARTE: MATRICI NON NEGATIVE E MODELLI DISCRETI

Disuguaglianze per il raggio spettrale di matrici non-negative. Approssimazione del raggio spettrale con le funzioni di Collatz-Wielandt. Teorema di Perron e sua estensione a matrici non-negative qualunque. Grafi orientati associati a matrici non negative. Matrici irriducibili e loro caratterizzazioni. Teorema di Frobenius. Matrici di Leslie. Teorema di Wielandt per matrici irriducibili. Matrici primitive. Modello di Leslie. Modello dei baricentri dei sottotriangoli.

Modalità di esame :

Esame scritto con tre ore di tempo a disposizione.

Tre esercizi, uno per ciascuna delle tre parti in cui si articola il corso, ed un esercizio di tipo teorico.

Criteri di valutazione :

Criterio base per una valutazione positiva è la correttezza e la completezza delle soluzioni date agli esercizi proposti all'esame.

L'esercizio di tipo teorico usualmente propone quesiti la cui soluzione richiede maggior confidenza e capacità di destreggiarsi con le matrici, e serve come elemento per valutazioni eccellenti.

Testi di riferimento :

Enrico Gregorio, Luigi Salce, Algebra Lineare. Padova: Libreria Progetto Padova, 2012

Luigi Salce, Lezioni sulle matrici. Padova-Bologna: Decibel-Zanichelli, 1993

V.V. Prasolov, Problems and Theorems in Linear Algebra. Providence, RI, USA: American Mathematical Society, 1994

Roger Horn, Charles Johnson, Matrix Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1985

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Per la teoria saranno seguiti alcuni testi.

Sarà disponibile del materiale in rete su alcuni argomenti.

Per quanto riguarda gli esercizi, si troveranno in rete le soluzioni di esercizi dati agli esami in appelli precedenti, ed anche di altri esercizi.

ANALISI FUNZIONALE 1

(Titolare: Prof. ANDREA MARSON)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

I contenuti dei corsi di Analisi 1, Analisi 2 e Analisi Reale

Conoscenze e abilità da acquisire :

Acquisire dimestichezza con le nozioni di compattezza debole e forte in spazi di Banach.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Teorema di Hahn-Banach e le sue conseguenze. Topologie deboli. Compattezza forte. Caratterizzazione degli insiemi compatti in C^0 e in L^p . Spazi di Hilbert. Operatori compatti in spazi di Hilbert. Maggiori informazioni sono reperibili alla pagina web del docente

<http://www.math.unipd.it/~marson/>

Contenuti :

Teorema di Hahn-Banach e sue conseguenze. Topologie deboli. Compattezza debole. Compattezza forte. Caratterizzazione degli insiemi compatti in C^0 e in L^p . Spazi di Hilbert. Operatori compatti in spazi di Hilbert. Maggiori informazioni sono reperibili alla pagina web del docente

<http://www.math.unipd.it/~marson/>

Modalita' di esame :

Lezioni frontali alla lavagna, ricevimento studenti

Criteri di valutazione :

Prova scritta con esercizi e domande di teoria, seguita da una prova orale.

Testi di riferimento :

H. Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations.* : Springer, 2011

A. Bressan, *Lecture notes on functional analysis.* : American Mathematical Society, 2013

G. Gilardi, *Analisi funzionale.* : Mc-Graw Hill, 2014

ANALISI MATEMATICA 1

(Titolare: Prof. CARLO MARICONDA)

Periodo: I anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 64A+60E; 14,00 CFU

Prerequisiti :

Numeri reali. Equazioni e disequazioni. Radici e potenze. Logaritmi ed esponenziali. Trigonometria: equazioni e disequazioni.

Geometria analitica: retta, cerchio.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Calcolo in una variabile. Le nozioni di base dell'analisi matematica in una variabile reale.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali su tabletPC.

Alcuni contenuti del corso sono inseriti nella piattaforma di e-learning Moodle (files delle lezioni, esercizi, ecc.)

Contenuti :

Parte A (7 cfu):

1.1. Numeri reali.

Descrizione assiomatica: proprietÃ algebriche e proprietÃ ordinali. Estremo superiore e inferiore. ArchimedeitÃ . DensitÃ di \mathbb{Q} . Funzioni elementari e loro grafici. CardinalitÃ .

1.2. Topologia euclidea e limiti di successioni.

Nozioni di topologia elementare sulla retta e sul piano (aperti, chiusi, intorno, punti di accumulazione). La retta e il piano estesi.

Successioni reali e complesse. Limiti di successioni e proprietÃ . Limiti di successioni monotone. Compatti della retta e del piano e loro caratterizzazione.

1.3 Serie numeriche reali e complesse.

Definizione di serie di numeri reali o complessi, convergenza e divergenza. La serie geometrica. Serie reali a termini positivi; criterio del confronto. Convergenza assoluta. Criterio del rapporto e della radice per serie reali e complesse. Criterio di Leibniz.

1.4. Limiti di funzioni. Teoremi sui limiti. Limite per le funzioni monotone. Il limite della funzione composta. Cambiamento di variabile nei limiti. Limiti notevoli. Infinitesimi, o-piccolo, O grande, asintoticitÃ .

1.5 Funzioni continue. ContinuitÃ e monotonia; teorema degli zeri e teorema dei valori intermedi; omeomorfismi e biiezioni monotone tra intervalli. Teorema di Weierstrass.

1.6. Derivate.

Definizione di derivata. Derivata e retta tangente.. Derivate delle funzioni elementari. Derivata di somma, prodotto, reciproco e quoziente, composta, inversa. Diffeomorfismi. I teoremi di Rolle e di Lagrange. Relazione tra crescita e decrescita di una funzione e segno della derivata prima.

Parte B (7 cfu):

2.1 Integrale secondo Riemann.

Definizione, linearitÃ e isotonia. IntegrabilitÃ locale delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Primitive e integrali indefiniti di una funzione. Il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di funzioni elementari. Integrazione per parti, per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali.

2.2 Funzioni di variabile reale a valori complessi: derivazione, integrazione. Curve in \mathbb{C} , tangente ad una curva.

2.3 Cenno introduttivo sulle equazioni differenziali. Equazioni a variabili separabili, equazioni lineari del primo ordine (con dimostrazioni). Equazioni diff. del secondo ordine a coeff. costanti.

2.4 Teoremi classici del calcolo differenziale.

Teorema degli incrementi finiti di Cauchy. Regola di de L'Hospital e applicazione alla derivabilitÃ . Derivate successive, funzioni di classe C^m . Formula di Leibniz per la derivata n-esima del prodotto di due funzioni. Formula di Taylor con resto nella forma di Peano, Lagrange,

integrale. Confronti, sviluppi asintotici e applicazioni al calcolo dei limiti e alla convergenza di serie.

2.5. Integrali generalizzati.

Definizione di integrale generalizzato. Il criterio del confronto. Funzioni assolutamente integrabili. Il criterio di asintoticità e il criterio di Abel-Dirichlet per la convergenza degli integrali generalizzati. Il criterio dell'εTM integrale per la convergenza di una serie.

2.6 Serie di potenze: raggio di convergenza. Sviluppabilità in serie di Taylor: serie geometrica. Definizione di funzione analitica. L'εTM esponenziale complesso.

2.7. Grafici.

Massimi e minimi locali e derivate successive. Convessità: insiemi convessi e funzioni convesse; rapporto incrementale; derivata seconda (cenni). Flessi e asintoti. Studio del grafico di una funzione.

Modalità di esame :

Scritto. Orale su richiesta della commissione.

Criteri di valutazione :

Abilità nel risolvere esercizi di vario livello. Comprensione della parte teorica.

Testi di riferimento :

G. De Marco, *Analisi Uno.* : Zanichelli,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Libro di testo.

Files di lezioni, esercizi, complementi.

Software Mathematica

ANALISI MATEMATICA 2

(Titolare: Dott. PAOLO GUIOTTO)

Periodo: Il anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 64A+60E; 14,00 CFU

Prerequisiti :

Calcolo differenziale e integrale in una variabile, topologia elementare, algebra lineare.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Nel corso si acquisiscono competenze e abilità del calcolo differenziale e integrale in \mathbb{R}^1 variabili per trattare problemi che coinvolgano funzioni di \mathbb{R}^1 variabili (ad es: ottimizzazione, anche vincolata; calcolo aree e volumi, anche in dimensione superiore). Si introduce inoltre alla teoria delle equazioni differenziali, con particolare attenzione alle questioni di esistenza e unicità ed allo studio qualitativo delle soluzioni.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali in aula.

Contenuti :

Primo semestre (8CFU).

1. Elementi di topologia negli spazi metrici --- aperti, chiusi, compatti, limiti, continuità, funzioni lipschitziane, spazi completi e contrazioni, connessione.
2. Spazi normati --- norma e sue proprietà, esempi finito e infinito dimensionali, equivalenza delle norme in dimensione finita, serie e serie normalmente convergenti.
3. Convergenza uniforme --- limiti di funzioni continue, passaggio al limite sotto derivazione e integrazione, serie e serie di potenze, convergenza totale. Cenni alla compattezza.
4. Elementi di teoria delle curve --- vettore tangente, lunghezza di una curva, rettificabilità, ascissa curvilinea.
5. Calcolo differenziale e applicazioni --- derivate direzionali, differenziale, differenziale totale, punto stazionario e teorema di Fermat, derivata seconda e derivate successive, formula di Taylor, hessiana e applicazioni a problemi di ottimizzazione. Diffeomorfismi e funzioni implicite: inversione locale e globale; teorema di Dini.
7. Equazioni differenziali ordinarie --- esistenza ed unicità in grande ed in piccolo; teorema di Peano; soluzioni massimali; crescita sub-lineare; dipendenza continua dai dati iniziali; studio qualitativo di equazioni scalari del primo ordine; sistemi newtoniani e integrali primi; sistemi lineari.

Secondo semestre (6CFU)

1. Varietà differenziali --- Varietà immersa in uno spazio euclideo, spazio tangente. Massimi e minimi vincolati: teorema dei moltiplicatori di Lagrange.
2. Misura ed integrale di Lebesgue --- Definizione di insieme misurabile e di misura di Lebesgue. Proprietà della misura di Lebesgue. Funzioni misurabili: definizione e principali proprietà. Definizione di integrale di Lebesgue e sue proprietà fondamentali. Teoremi di passaggio al limite: convergenza monotona e dominata. Integrali dipendenti da parametro: continuità $\int f$ e differenziabilità. Legame con l'integrale di Riemann. Formula di riduzione: teoremi di Tonelli e Fubini. Formula di cambiamento di variabili; coordinate sferiche e cilindriche.

3. Integrazione su superficie --- Misura e integrazione su una varietà parametriche. Formula di integrazione per sfere. Orientazione di una varietà e vettori normali. Frontiera regolare e aperti di classe C^k . Flusso uscente da un dominio; aperti stokiani; teorema della divergenza; formule di Green e di Stokes.

4. Campi vettoriali e forme differenziali di grado 1 --- Integrali curvilinei. Forme esatte. Forme chiuse. Omotopia di circuiti. Lemma di Poincaré. Aperti di \mathbb{R}^n semplicemente connessi.

5. Complementi di Topologia --- Topologia prodotto, norma prodotto. Funzioni uniformemente continue; caso del dominio compatto. Relazioni tra completezza e compattezza.

Modalità di esame :

L'esame consta in una prova scritta, concernente la risoluzione di problemi attinenti alla teoria sviluppata nel corso, ed una prova orale, mirata a valutare la comprensione della teoria, anche attraverso la risoluzione di problemi. La prova orale sarà in parte in forma scritta. Sono previste prove parziali alla fine di ogni semestre di lezione sulla parte di corso appena conclusa.

Criteri di valutazione :

Si valutano comprensione, padronanza, competenze tecniche acquisite, chiarezza espositiva.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Primo semestre: sarà disponibile una dispensa integrale delle lezioni comprendente anche numerosi problemi proposti. Per ulteriori riferimenti bibliografici va bene qualsiasi testo comprendente gli argomenti previsti. Qualche consiglio:

G. De Marco, *Analisi Due*, Decibel Zanichelli

G. De Marco, C. Mariconda, *Esercizi di Analisi Due*, Decibel Zanichelli

W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, Mc Graw-Hill (questo testo tuttavia non contiene materiale sulle equazioni differenziali).

Secondo semestre:

G. De Marco, *Analisi Due*, Decibel Zanichelli

G. De Marco, C. Mariconda, *Esercizi di Analisi Due*, Decibel Zanichelli

ANALISI NUMERICA

(Titolare: Prof. ALVISE SOMMARIVA)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E+16L; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Calcolo Numerico.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenze avanzate dell'Analisi Numerica e sue applicazioni nell'ambito della Matematica Applicata.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Interpolazione.

Il problema generale di interpolazione, insiemi unisolventi e formula determinantale di Lagrange, il caso polinomiale univariato e multivariato, costante di Lebesgue, stima fondamentale per l'errore di interpolazione, stabilità.

Polinomi ortogonali.

Ortogonalizzazione della base monomiale, relazione di ricorrenza, teorema degli zeri, polinomi ortogonali classici, polinomi di Chebyshev.

Quadratura numerica.

Formule algebriche e composte, formule gaussiane, teorema di Polyá-Steklov e corollari, stabilità, teorema di Stieltjes.

Algebra lineare numerica.

Teorema fondamentale di invertibilità e applicazioni (teorema di Gershgorin sulla localizzazione degli autovalori); metodi iterativi per sistemi lineari: teorema sulla convergenza delle approssimazioni successive, preconditionamento, metodo del gradiente, test di arresto dello step e del residuo; metodi per il calcolo di autovalori e autovettori: quoziente di Rayleigh, il metodo delle potenze e varianti, il metodo QR.

Algebra non lineare numerica.

Soluzione di sistemi di equazioni non lineari: contrazioni e iterazioni di punto fisso, stime di convergenza e stabilità; il metodo di Newton, convergenza locale e velocità di convergenza, test di arresto dello step, Newton come iterazione di punto fisso.

Differenze finite per ODEs e PDEs.

Problemi ai valori iniziali: i metodi di Eulero (esplicito ed implicito), convergenza e stabilità nei casi Lipschitziano e dissipativo, il metodo trapezoidale (Crank-Nicolson), equazioni e sistemi stiff, stabilità condizionata e incondizionata; problemi ai valori al contorno: differenze finite per l'equazione di Poisson 1D e 2D, struttura del sistema lineare e convergenza, considerazioni computazionali; il metodo delle linee per l'equazione del calore 1D e 2D, connessione con i sistemi stiff.

Contenuti :

Interpolazione.

Polinomi ortogonali.

Quadratura numerica.

Metodi iterativi per l'algebra lineare.

Sistemi nonlineari.

Autovalori.

Metodi alle differenze finite per ODE e PDE.

Modalità di esame :

Lezioni in aula e in laboratorio.

Criteri di valutazione :

Esame orale.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense in PDF.

ANALISI REALE

(Titolare: Prof. MASSIMO LANZA DE CRISTOFORIS)

Periodo: III anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Analisi Matematica uno e due ed elementi di algebra lineare

Conoscenze e abilità da acquisire :

Alcuni strumenti di base dell'analisi reale e capacità di applicarli

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi

Contenuti :

Limiti inferiori e superiori, serie generalizzate, complementi di calcolo differenziale.

Introduzione alla teoria della misura, funzioni misurabili, teoria dell'integrazione e teoremi fondamentali di convergenza.

Primi elementi sugli spazi di Lebesgue di funzioni p -sommabili, disuguaglianze, applicazioni alla teoria degli operatori integrali

Misure con segno, teorema di Hahn, teorema di Radon Nykodym, funzioni a variazione limitata, funzioni assolutamente continue, misure di Radon.

Modalità di esame :

La prova d'esame consta di una prova scritta e di una prova orale.

La prova scritta consta di un certo numero di quesiti, sempre lo stesso per ogni compito, ciascuno riguardante una parte del programma e si tiene nelle date che saranno annunciate

La prova scritta si intende superata quando lo studente mostra di saper risolvere in modo sufficiente ciascun quesito del suddetto paniere.

Uno studente che avesse presentato un elaborato scritto non sufficiente, ma comunque contenente un numero minimo di quesiti svolti in modo sufficiente annunciato dal docente, potrà, se indicatogli dal docente, accedere ad integrazioni che si terranno durante le prove scritte successive.

Lo studente che supera la prova scritta può accedere alla prova orale, o accettare un voto propostogli dal docente. In caso il docente lo ritenga opportuno, potrà comunque chiedere allo studente di superare la prova orale [cio' avviene in particolare quando non vi sia sufficiente chiarezza circa l'elaborato].

La prova orale, può essere effettuata in una qualsiasi delle sessioni di prova orale dopo il completo superamento della prova scritta e può comportare

sia un esito finale più alto, che un esito finale uguale che un esito finale più basso di quello della prova scritta. In caso di mancato superamento della prova orale il docente può chiedere allo studente di ripetere la prova scritta in forma completa o parziale in una delle successive sessioni d'esame.

Criteri di valutazione :

Si valuteranno le conoscenze del candidato sugli argomenti del programma

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense e riferimenti vari indicati durante il corso.

Si segnalano anche

M. Lanza de Cristoforis, *Traccia delle lezioni del corso di Analisi Matematica 2*, A.A. 2016/17, Edizioni Libreria Progetto, Padova.

Folland, G.B., *Real analysis. Modern techniques and their applications*. Second edition. *Pure and Applied Mathematics (New York)*. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999

ASTRONOMIA

(Titolare: Dott. STEFANO CIROI)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base di analisi, geometria, chimica, fisica generale e calcolo scientifico. Conoscenza dell'inglese scientifico.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenze di base di astronomia sferica, astronomia pratica, meccanica celeste e astrofisica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali ed esercitazioni svolte in aula. Se le condizioni lo permettono, alcune lezioni potrebbero essere svolte presso il Museo dell'Osservatorio Astronomico di Padova e l'Osservatorio Astrofisico di Asiago.

Contenuti :

1. **ASTRONOMIA SFERICA:** Elementi di trigonometria piana. Elementi di trigonometria sferica. Coordinate cartesiane e coordinate polari sferiche. Elementi di calcolo vettoriale. Sfera celeste.
2. **FIGURA DELLA TERRA:** Terra come sfera. Coordinate terrestri sferiche. Terra come ellissoide. Coordinate terrestri geodetiche e geocentriche.
3. **SISTEMI DI RIFERIMENTO ASTRONOMICI:** Sistema altazimutale. Sistema orario. Sistema equatoriale. Sistema eclitticale. Sistema galattico. Trasformazioni di coordinate astronomiche.
4. **MOVIMENTI DELLA TERRA E TEMPI ASTRONOMICI:** Movimenti della Terra. Tempo siderale. Tempo solare. Equazione del tempo. Tempo universale. Anno tropico. Stagioni. Anno giuliano. Anno besseliano. Anno anomalistico. Anno draconico. Anno gaussiano. Tempo dinamico. Tempo atomico.
5. **MOVIMENTI DELL'EQUATORE CELESTE E DELL'ECLITTICA:** Precessione degli equinozi. Anno platonico. Effetti della precessione luni-solare, planetaria e generale sulle coordinate equatoriali. Nutazione. Effetti della nutazione sulle coordinate equatoriali.
6. **ABERRAZIONE DELLA LUCE:** Aberrazione solare. Aberrazione stellare. Effetti dell'aberrazione sulle coordinate equatoriali. Aberrazione diurna. Aberrazione planetaria. Deflessione gravitazionale della luce.
7. **PARALLASSE:** Parallasse diurna. Parallasse del Sole e della Luna. Parallasse annua. Parallasse secolare. Parallasse dinamica.
8. **VELOCITÀ RADIALI E MOTI PROPRI STELLARI:** Velocità radiali. Moti propri. Effetti dei moti propri sulle coordinate equatoriali. Apice del moto stellare.
9. **ATMOSFERA TERRESTRE:** Struttura verticale dell'atmosfera. Rifrazione. Effetto della rifrazione sulle coordinate astronomiche. Dispersione cromatica. Dipendenza dell'indice di rifrazione da temperatura e pressione. Scintillazione. Qualità dell'immagine.
10. **PROBLEMA DEI DUE CORPI:** Trattazione baricentrica. Movimento relativo. Leggi di Keplero. Considerazioni sui satelliti artificiali.
11. **ELEMENTI ORBITALI ED EFFEMERIDI:** Equazione di Keplero. Effemeridi dagli elementi orbitali. Configurazioni planetarie. Elementi orbitali dalle osservazioni. Applicazione alle stelle doppie visuali.
12. **ELEMENTI DI FOTOMETRIA E SPETTROSCOPIA ASTRONOMICA:** Tecniche fotometriche. Magnitudine apparente e assoluta. Sistemi fotometrici. Indice di colore. Estinzione dell'atmosfera terrestre. Assorbimento interstellare. Diagramma a due colori. Tecniche spettroscopiche. Proprietà delle righe spettrali. Spettri delle stelle e loro classificazione.

Modalità di esame :

Prova orale.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti trattati nel corso delle lezioni e sulla capacità di esporre con chiarezza le conoscenze acquisite e di saperle applicare in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento :

Barbieri, Cesare, *Lezioni di astronomia*. Bologna: Zanichelli, 1999
, *Observer's Handbook* Editor Roy L. Bishop. Toronto: The Astronomical Society of Canada., 1
Barbieri, Cesare, *Fundamentals of astronomy*. New York: Taylor & Francis, 2007, 0

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Tutto il materiale didattico presentato durante le lezioni e le esercitazioni viene messo a disposizione degli studenti sul sito web del corso.

CALCOLO DELLE PROBABILITA'

(Titolare: Prof. DAVID BARBATO)

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+32E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Probabilità e statistica.

Il corso richiede la conoscenza delle nozioni elementari di Probabilità, in particolare gli spazi di probabilità discreti, variabili aleatorie discrete e assolutamente continue a valori in \mathbb{R} , Legge dei grandi numeri e Teorema Limite Centrale.

Conoscenze e abilità da acquisire :

L'obiettivo del corso è di presentare gli aspetti principali della moderna Teoria della Probabilità usando gli strumenti della Teoria della Misura.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni in aula. La presentazione di nozioni teoriche verrà alternata a quella di esempi e applicazioni.

Contenuti :

Spazi di misura e probabilità.

Teoria dell'integrazione. Variabili aleatorie e loro valor medio.

Indipendenza di sigma-algebre, di variabili casuali, di eventi. Lemma di Borel-Cantelli. Legge 0-1 di Kolmogorov

Somma di variabili aleatorie indipendenti. La legge forte dei grandi numeri.

Convergenza di successioni di variabili aleatorie.

Funzioni caratteristiche. Convergenza in distribuzione. Il Teorema Limite Centrale

Valor medio condizionale e martingale

Catene di Markov

Modalità di esame :

Scritto e orale

Criteri di valutazione :

Alla valutazione finale concorrono, rispettivamente con percentuale di circa 60% e 40%, la prova scritta e la prova orale. Nella prova scritta è richiesta la soluzione di esercizi, sia di natura teorica che applicativa. Nella prova orale l'enfasi è posta su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

Testi di riferimento :

Cinlar, Erhan, Probability and stochastic Erhan \int inlar. New York: Springer, 2011

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ulteriori informazioni sull'esame ed esercizi sono disponibili alla pagina web. <http://www.math.unipd.it/~barbato/teaching.html>

CALCOLO NUMERICO

(Titolare: Prof. MARCO VIANELLO)

Periodo: II anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 40A+16L; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Analisi matematica 1, Geometria 1.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Apprendere le basi del calcolo numerico in vista delle applicazioni scientifiche e tecnologiche, con particolare attenzione ai concetti di errore, discretizzazione, approssimazione, convergenza, stabilità, costo computazionale

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Sistema-floating point e propagazione degli errori:

errore di troncamento e di arrotondamento, rappresentazione floating-point dei reali, precisione di macchina, operazioni aritmetiche con numeri approssimati, condizionamento di funzioni, propagazione degli errori in algoritmi iterativi per esempi, il concetto di stabilità

Complessità computazionale per esempi:

schema di Horner per polinomi, calcolo rapido di una potenza tramite codifica binaria dell'esponente, calcolo della funzione exp, calcolo del determinante con il metodo di eliminazione gaussiana

Soluzione numerica di equazioni non lineari:

metodo di bisezione, stima dell'errore col residuo pesato; metodo di Newton, convergenza globale, velocità di convergenza, convergenza locale, stima dell'errore, altri metodi di linearizzazione; iterazioni di punto fisso

Interpolazione e approssimazione di funzioni e dati:

interpolazione polinomiale, interpolazione di Lagrange, errore di interpolazione, il problema della convergenza (controesempio di Runge), interpolazione di Chebyshev, stabilità dell'interpolazione; interpolazione polinomiale a tratti, interpolazione spline; approssimazione polinomiale ai minimi quadrati

Integrazione e derivazione numerica:

formule algebriche e composte, convergenza e stabilità, esempi; instabilità dell'operazione di derivazione, calcolo di derivate tramite formule alle differenze; il concetto di estrapolazione

Elementi di algebra lineare numerica:

norme di vettori e matrici, condizionamento di matrici e sistemi; metodi diretti: metodo di eliminazione gaussiana e fattorizzazione LU, calcolo della matrice inversa, fattorizzazione QR, soluzione ai minimi quadrati di sistemi sovradeterminati

Laboratorio: implementazione e applicazione di codici numerici in Matlab

Contenuti :

Sistema floating-point e propagazione degli errori

Complessita' computazionale per esempi

Soluzione numerica di equazioni non lineari

Interpolazione e approssimazione di dati e funzioni

Integrazione e derivazione numerica

Elementi di algebra lineare numerica

Modalita' di esame :

Prova scritta ed eventuale prova orale

Criteri di valutazione :

Prova orale per risultati nell'intervallo 18-23 nello scritto, o per scelta dello studente con voto > 23 nello scritto

Testi di riferimento :

A. Quarteroni, F. Saleri, Introduzione al calcolo scientifico. : Springer,

G. Rodriguez, Algoritmi numerici. : Pitagora,

A. Quarteroni, F. Saleri, Scientific computing with Matlab and Octave. : Springer,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

uno dei testi consigliati e dispense online del docente (www.math.unipd.it/~marcov/studenti.html)

CURVE ALGEBRICHE PIANE

(Titolare: Dott.ssa ALESSANDRA BERTAPELLE)

Periodo: III anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticit : Geometria 1.

Prerequisiti: algebra e geometria del biennio

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Lo scopo del corso   introdurre allo studio degli aspetti fondamentali (elementari) delle curve algebriche nel piano proiettivo e affine: punti singolari, tangenti, intersezione, analisi locale; classificazione di cubiche e legge di gruppo sulle curve ellittiche.

Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni svolte alla lavagna. Non si esclude l'utilizzo di un tablet.

Contenuti :

Dopo qualche richiamo su spazi affini e proiettivi, si studieranno propriet  geometriche delle curve affini e proiettive introducendo gli strumenti algebrici utili allo scopo. Questi sono gli argomenti principali:

punti singolari e loro complessi tangente, curve razionali, curve polari; punti di flesso, curve hessiane (strumento algebrico: calcolo differenziale algebrico per i polinomi).

Classificazione e geometria delle cubiche; curve ellittiche.

Intersezione tra curve piane, teorema di Bezout (strumenti algebrici: risultante di due polinomi e discriminante).

Studio locale delle curve: rami, posti, centri (strumenti algebrici: serie di potenze formali e serie di Puiseux).

Modalita' di esame :

L'esame consiste di due parti, una scritta e una orale. La parte scritta pu  essere svolta in due prove parziali (compitini).

Criteri di valutazione :

Nella parte scritta dell'esame si richiede di saper studiare gli aspetti elementari di una curva algebrica piana e di risolvere semplici problemi teorici sugli argomenti del corso. Nella prova orale si verificano le competenze teoriche acquisite durante il corso e la capacit  di applicarle.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

La parte teorica del corso si basa sulla dispensa di Maurizio Cailotto "Curve Algebriche Piane".

Gli esercizi degli appelli degli ultimi anni sono raccolti in una dispensa. Entrambe le dispense verranno rese disponibili all'inizio del corso tramite la piattaforma e-learning.

FINANZA MATEMATICA

(Titolare: Prof. WOLFGANG JOHANN RUNGALDIER)

Periodo: III anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticit : Probabilit  e statistica.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Introdurre e analizzare alcuni modelli stocastici in Finanza, in particolare i modelli multiperiodali dei mercati finanziari.

Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Il corso è inteso quale introduzione alla finanza matematica stocastica. Le nozioni richieste in campo matematico-probabilistico ed economico-finanziario sono quelle corrispondenti ai corsi base della laurea triennale. Verranno quindi considerati modelli dinamici, ma solo a tempo discreto, cioè modelli multiperiodali. Gli argomenti trattati sono:

- Titoli e portafogli;
- Prezzaggio e copertura di derivati;
- Assenza di arbitraggio e misure martingala;
- Mercati completi ed incompleti;
- Ottimizzazione di portafoglio;
- Opzioni americane;
- Struttura a termine dei tassi.

Modalità di esame :

Scritto.

Criteri di valutazione :

Votazione ottenuta nella prova scritta.

Testi di riferimento :

A.Pascucci e W.Runggaldier, Finanza matematica: Teoria e problemi per modelli multiperiodali.. : Springer,

FISICA 1

(Titolare: Prof. FERRUCCIO FERUGLIO)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 48A+24E; 9,00 CFU

Prerequisiti :

conoscenza derivate e integrali definiti per funzioni reali di una variabile

Conoscenze e abilità da acquisire :

Cinematica e dinamica del punto materiale. Elementi di Termodinamica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali con parte teorica ed esercitazioni.

Contenuti :

Sistemi di unità di misura e analisi dimensionale. Cinematica del punto. Moto rettilineo uniforme e moto uniformemente accelerato. Moto circolare uniforme, moto armonico. Massa inerziale. Forze. Principio di inerzia. Seconda legge della dinamica. Principio di azione e reazione. Principio di relatività Galileiano. Applicazioni alle forze peso, elastica, gravitazionale, attrito e tensione di una fune. Lavoro ed energia cinetica. Teorema delle forze vive. Forze conservative ed energia potenziale. Conservazione energia meccanica. Momento angolare. Forze centrali. Derivazione delle leggi di Keplero dalla legge di gravitazione universale. Cenni alla dinamica di sistemi costituiti da più punti. Elementi di statica dei fluidi. Termometria. Sistemi termodinamici e loro trasformazioni. Primo e Secondo principio della Termodinamica.

Modalità di esame :

Prova scritta con domande di carattere generale e problemi.

Criteri di valutazione :

L'esame scritto è volto a valutare la assimilazione da parte dello studente dei principi della Meccanica e della Termodinamica e la loro corretta applicazione nel contesto di semplici problemi.

Testi di riferimento :

Sergio Rosati, Fisica Generale. : Ambrosiana,

FISICA 2

(Titolare: Prof. KURT LECHNER)

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 48A+24E; 9,00 CFU
Sede dell'insegnamento : Dipartimento di Matematica
Aule : 1AD/100

Prerequisiti :

Si presuppone che lo studente abbia conoscenze adeguate di Meccanica Newtoniana e Termodinamica e sia pratico del calcolo vettoriale e del calcolo integrodifferenziale a più variabili.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso si propone di fornire agli studenti una buona conoscenza dei fenomeni elettromagnetici e della loro descrizione teorica in termini delle equazioni di Maxwell e di Lorentz.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Circa un terzo del corso è dedicato alla soluzione di problemi in aula.

Contenuti :

1) INTRODUZIONE. L'Elettrodinamica e le interazioni fondamentali. Le equazioni di Maxwell e la Relatività einsteiniana. Ripasso della Meccanica Newtoniana. Strumenti matematici: calcolo vettoriale, derivate parziali, rotore e divergenza e relativi teoremi. 2) ELETTROSTATICA. Carica elettrica e struttura della materia. Legge di Coulomb. Campo e potenziale elettrostatici. Linee di forza. Distribuzioni puntiformi e continue di carica. Teorema di Gauss. Le equazioni fondamentali dell'Elettrostatica. L'energia di distribuzioni puntiformi e continue di carica. La densità di energia del campo elettrico. Moto di un sistema di cariche in presenza di un campo elettrico esterno. Il dipolo elettrico. 3) CONDUTTORI IN EQUILIBRIO. Teorema di esistenza ed unicità per l'equazione di Laplace. Caratteristiche di campo e potenziale per un conduttore in equilibrio. Conduttori con cavità. Capacità di conduttori e condensatori. L'energia di un condensatore. Condensatori in serie e in parallelo. 4) DIELETTICI (cenni). 5) CORRENTI ELETTRICHE. Definizione di

corrente e densità di corrente. Conservazione locale della carica. Forza elettromotrice e legge di Ohm. Effetto Joule. Circuiti RC e leggi di Kirchhoff. 6) FENOMENI MAGNETICI STAZIONARI. Forza di Lorentz e concetto di campo magnetico. Seconda legge elementare di Laplace. Momento magnetico di una corrente arbitraria. Forza e momento esercitati da un campo magnetico su una corrente. Moto di una particella in un campo magnetico costante. Ciclotrone. Legge di Ampere. Potenziale vettore e invarianza di gauge. Le equazioni fondamentali della Magnetostatica e soluzioni. Prima legge elementare di Laplace. Campo di dipolo magnetico. 7) INDUZIONE ELETTROMAGNETICA. Cause fisiche della forza elettromotrice indotta e la regola del flusso. Legge di Lenz. La legge di Faraday. Betatrone, trasformatori, anello di Thomson. Induzione mutua e autoinduzione. L'induttanza di un circuito. Energia del campo magnetico. Circuiti RLC. 8) PROPRIETA' MAGNETICHE DELLA MATERIA (cenni). 9) EQUAZIONI DI MAXWELL. La corrente di spostamento. Le equazioni di Maxwell e Lorentz come equazioni fondamentali dell'Elettrodinamica. Densità di corrente di particelle puntiformi. Cenni ai campi di Lienard-Wiechert. L'equazione di continuità dell'energia in Elettrodinamica. Vettore di Poynting. La quantità di moto del campo elettromagnetico. 10) ONDE ELETTROMAGNETICHE. Equazione delle onde unidimensionale e soluzione generale. Onde progressive e onde monocromatiche. Soluzione generale dell'equazione delle onde tridimensionale e onde piane. Soluzione delle equazioni di Maxwell nel vuoto e proprietà delle onde elettromagnetiche. Flusso di energia e quantità di moto. Principio di sovrapposizione. Identità dei fenomeni ottici ed elettromagnetici. L'esperienza di Hertz. Cenni all'emissione di radiazione da particelle accelerate e assorbimento. Effetto fotoelettrico. Radiazione cosmica di fondo. 11) RELATIVITA' RISTRETTA. Equazioni di Maxwell e conflitto con il principio di relatività galileiana. L'etere e gli esperimenti di Michelson e Morley. Postulati della Relatività Ristretta. Invarianza dell'intervallo e trasformazioni di Lorentz e Poincaré. Dilatazione dei tempi, contrazione delle lunghezze, relatività della simultaneità, tachioni e violazione della causalità. Il calcolo tensoriale come realizzazione del principio di relatività einsteiniana. Cinematica relativistica. Quadrivettore. Le equazioni di Maxwell e Lorentz in forma covariante a vista.

Modalità di esame :

L'esame è composto da una prova scritta, che consiste nella soluzione di alcuni problemi, e da una successiva prova orale che verte sulla teoria.

Criteri di valutazione :

Alla prova scritta si valutano la capacità dello studente di saper affrontare un problema in modo indipendente, applicando le metodologie esposte a lezione, e di motivare le soluzioni proposte. Alla prova orale si valuta la profondità raggiunta nella comprensione della teoria e la capacità di esporre gli argomenti con senso logico e in modo coerente.

Testi di riferimento :

Paolo Mazzoldi, Massimo Nigro, Cesare Voci, *Elementi di Fisica. Elettromagnetismo - onde*. Napoli: EdiSES, 2008

D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Glenview: Pearson Education, 2013

Alessandro Bettini, *Elettromagnetismo*. Bologna: Zanichelli, 2010

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Il testo principale è "Elettromagnetismo" di A. Bettini. Un testo con un grado di rigore matematico superiore alla media dei testi è "Introduction to Electrodynamics" di D.J. Griffiths.

FISICA MATEMATICA

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN)

Periodo: Il anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 48A+48E; 12,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Analisi Matematica 1, Geometria 1.

Analisi Matematica Uno e primi rudimenti di Analisi Matematica Due. Nozioni elementari sulle equazioni differenziali ordinarie e del teorema del Dini. Teoria introduttiva dell'integrazione. Geometria elementare di curve e algebra delle matrici.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso concorre, nella parte (nei primi 4 CU) a costruire delle abilità elementari modellistiche, di determinazione di traiettorie e di analisi qualitativa di esse mediante l'introduzione e l'uso della teoria elementare rigorosa dei sistemi dinamici e delle equazioni differenziali ordinarie. Nella parte seconda (8 CU) si introduce l'applicazione fondamentale storica della teoria dei sistemi dinamici, la Meccanica Classica dei sistemi vincolati. Emerge in tale studio la conoscenza e l'uso elementare delle varietà differenziali, stabilendo un intreccio culturale sia con l'analisi matematica sia con la geometria che si sviluppano contemporaneamente nel secondo anno della laurea triennale. Teoria della stabilità, Due corpi newtoniani, dinamica del Corpo Rigido, principi variazionali ed equazioni di Lagrange. Si introduce infine l'abilità di tradurre la meccanica analitica Lagrangiana in formato Hamiltoniano: tale abilità è di importanza notevole in scenari scientifici anche ben diversi dalla meccanica standard, verso la teoria del controllo (equazione di Hamilton-Jacobi) oppure ancora verso la meccanica quantistica, ove è fondamentale un primitivo impianto classico Hamiltoniano.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti :

FM-1:

Richiami sulle ODE, Analisi qualitativa: flusso, spazio delle fasi, orbite, ritratti in fase, equilibri. Linearizzazione attorno ad un equilibrio. Equilibri iperbolici ed ellittici. Ritratti in fase dei sistemi lineari nel piano reale. Sottospazi stabile, instabile e centrale. Insiemi invarianti ed integrali primi. Derivata di Lie. Riduzione dell'ordine per mezzo di un integrale primo. Ritratti in fase dell'equazione Newton 1-dimensionale. Esempi di biforcazioni. Cambi di coordinate e coniugazione di campi vettoriali. Il teorema di rettificazione locale. Riparametrazioni temporali. Equilibri attrattivi. Stabilità degli equilibri. Primo Metodo, spettrale, di Lyapunov.

FM-2:

Spazi Inerziali, riferimenti. P.ti materiali, massa. Spazio delle Configurazioni e delle Fasi sistemi di p.ti liberi. Leggi Forza. Vincoli: p.to di vista geometrico, olonomi e anolonomi. Uso del t. Dini per la loro descrizione locale. Immersione vincolare. Spazio tangente. Vincoli: p.to di vista dinamico, Reazioni Vincolari. Esempi: vincoli privi di attrito. Moti Dinamicamente Possibili. Equazioni di Galilei-Newton per i sistemi vincolati. Triedro di Frenet. Particella vincolata su guida senza attrito con forza attiva puramente posizionale.

Determinazione delle Reazioni Vincolari mediante il Teorema dei Moltiplicatori di Lagrange.
 Sistemi di forze posizionali associata 1-forma differenziale lavoro, caso conservativo, energia potenziale.
 Moti rigidi, velocità a angolare, Cinematica Relativa. Teoremi di Galilei e Coriolis.
 'Equilibrio Meccanico'. Stabilità a di Equilibri Meccanici. Vincoli Ideali (o Lisci). Principio-Teorema di D'Alembert e dei Lavori Virtuali.
 Teorema delle Forze Vive. Teorema generale di Conservazione dell'Energia. Stabilità a: Secondo Metodo di Lyapunov per la stabilità a.
 Teorema di Lagrange-Dirichlet. Teorema dell'Hessiano non-degenere. Stabilità a giroscopica e sua fragilità a con l'introduzione di eventuali viscosità a.
 Equazioni di Lagrange. Forma normale.
 Piccole Oscillazioni attorno ad equilibri stabili: applicazione del problema della linearizzazione.
 Integrali primi delle Equazioni di Lagrange: di ciclicità a, e di indipendenza dal tempo: int. di Jacobi. Invarianza geometrica, 'in forma', delle Equazioni di Lagrange per cambi di coordinate locali (invarianza rispetto al gruppo di diffeomorfismi locali).
 Geometria e dinamica del Corpo Rigido: Spazio delle Configurazioni del C.R. Libero. Equazioni Cardinali, Operatore d'Inerzia, Equazioni di Euler, rotazioni uniformi del C. R. scarico, discussione della loro stabilità a. Descrizione alla Poincaré. Giroscopio.
 Principio Variazionale di Hamilton. Relazioni tra i moti spontanei su varietà a lisce e le geodetiche. Geodetiche su superfici di rivoluzione: teorema di Clairaut. Bolle di sapone (un problema elementare di Plateau). Teorema di Routh. Simmetrie: teorema di Noether.
 Problema dei Due Corpi: Legge di Newton, Massa ridotta, Moti piani, Moti centrali, Velocità a areolare, Formule di Binet, Coniche, Deduzione delle leggi di Kepler dalle soluzioni.
 Cenni sulle strutture 'tangente' e 'cotangente' ad una varietà a vincolare.
 Trasformazione di Legendre e equazioni di Hamilton. Principio Variazionale di Hamilton-Helmholtz. Cenni sulle Trasformazioni Canoniche: teorema di caratterizzazione. I flussi di sistemi Hamiltoniani sono tr. canoniche 1-valenti.
 Parentesi di Lie, parentesi di Poisson, anti-morfismo d'algebra, sotto-algebra degli integrali primi, teorema di Noether Hamiltoniano.

Modalità di esame :

Esame in forma scritta, comprensivo di quesiti teorici e di esercizi e problemi.

Criteri di valutazione :

La valutazione si basa sulla capacità del candidato di risolvere esercizi, sullo studio delle strutture analitiche e dinamiche introdotte nel corso, sapendone verificare le principali proprietà .

Testi di riferimento :

F. Cardin, Sistemi Dinamici Meccanici. www.math.unipd.it/~cardin: (dispensa), 2016
 T. Levi-Civita & U. Amaldi, Lezioni di meccanica razionale. : Compomat, 2013
 A. Fasano & S. Marmi, Meccanica Analitica. : Bollati Boringhieri, 2002
 F. Fasso', Primo sguardo ai sistemi dinamici. : Cleup, 2016
 V. Arnol'd, Metodi Matematici della Meccanica Classica. : Editori Riuniti, 1978

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Nelle pagine web dei docenti del Dipartimento di Matematica di Padova coinvolti in questi ultimi anni nel corso di Fisica Matematica (Franco Cardin, Francesco Fasso', Marco Favretti e Olga Bernardi) sono scaricabili dispense e collezioni di esercizi risolti.

FONDAMENTI DELLA MATEMATICA

(Titolare: Prof.ssa CINZIA BONOTTO)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni elementari di algebra e geometria. Cenni di teoria degli insiemi.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenza di alcune problematiche fondazionali della matematica, prendendo come paradigma alcune assiomatizzazioni della geometria e la costruzione dei numeri reali.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni in aula.

Contenuti :

I principi della costruzione euclidea. L'influenza delle opere di Platone ed Aristotele negli Elementi di Euclide. Definizioni reali e definizioni nominali. L'algebra geometrica.

La teoria delle proporzioni di Eudosso-Euclide e sue applicazioni alla geometria (applicazione parabolica, ellittica ed iperbolica delle aree in rapporto anche all'opera di Fibonacci). La trattazione delle grandezze commensurabili ed incommensurabili e la sua influenza nell'opera di Dedekind.

Il metodo di esaurimento ed il suo rapporto col successivo calcolo integrale. Evoluzione storica della questione delle parallele. Enunciati logicamente equivalenti al V postulato di Euclide. L'opera di Saccheri. Nascita delle geometrie non euclidee e conseguente cambio di paradigma fondazionale. Ruolo di Gauss. La geometria iperbolica. La non contraddittorietà (relativa) della geometria iperbolica: il modello di Poincaré. La legittimazione delle geometrie non euclidee. Il Programma di Erlangen di F. Klein. Sistemazioni moderne della geometria euclidea. I Grundlagen der Geometrie di D. Hilbert. Il problema della non contraddittorietà della geometria hilbertiana e della indipendenza degli assiomi o dei gruppi di assiomi.

Discussione sul ruolo degli assiomi: alcune posizioni (Poincaré, Hilbert, Russell, Frege, Einstein, Severi, ...). Programma fondazionale di D. Hilbert.

Campi ordinati e campi ordinati archimedeei.

Sezioni su un campo ordinato archimedeeo.

Successioni di Cauchy sui razionali.

Allineamenti decimali.

Corrispondenza tra sezioni, successioni di Cauchy e allineamenti decimali.

Campi ordinati completi.

I numeri reali.

Numeri reali come classi di equivalenza di quasi-omomorfismi da Z in Z .

Risultati sulla cardinalità dell'insieme R dei numeri reali (algebrici e trascendenti) e dell'insieme delle funzioni da R in R . Irrazionalità di e e di π greco. Trascendenza di e .

Teorema di Dirichlet e Teorema di Liouville.

Modalità di esame :

Esame scritto, con eventuale integrazione orale.

Criteri di valutazione :

Viene valutata la correttezza formale nella risoluzione di esercizi e nella dimostrazione di teoremi inerenti ai contenuti del corso.

Testi di riferimento :

Agazzi, Evandro; Palladino, Dario, *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria dal punto di vista elementare*. Brescia: La scuola, 1998

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

A. Zanardo, *Costruzione della struttura dei numeri reali* (dispensa).

Oltre ai testi consigliati verrà fornito anche altro materiale di studio (fotocopie, articoli, ecc).

GEOMETRIA 1

(Titolare: Prof. MAURIZIO CANDILERA)

Periodo: I anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 64A+60E; 14,00 CFU

Prerequisiti :

Nessuno

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenza delle nozioni fondamentali dell'algebra lineare e della loro interpretazione geometrica, con particolare attenzione al concetto di spazio vettoriale e di funzione lineare.

Risoluzione di sistemi lineari, applicazioni dei determinanti, forma canonica di Jordan per endomorfismi.

Studio di sottovarietà lineari dello spazio affine e metrico. Calcolo del volume di semplici dello spazio euclideo.

Applicazioni del Teorema Spettrale.

Classificazione delle isometrie del piano e dello spazio tridimensionale secondo Eulero.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni in aula con esercitazioni e risoluzione di problemi.

Contenuti :

Introduzione all'Algebra lineare e alle sue applicazioni alla geometria dello spazio affine e euclideo di dimensione finita.

Modalità di esame :

Prova scritta sui contenuti del corso e successiva prova orale.

Criteri di valutazione :

Il voto finale si basa sui risultati delle prove scritte e orali

Testi di riferimento :

Bertapelle A, Candilera M, *Algebra lineare e primi elementi di Geometria*. Milano: McGraw-Hill, 2011

Kostrikin A I, Manin Yu I, *Linear Algebra and Geometry*. Moscow, London, New York: Gordon and Breach, 1989

Hoffmann K, Kunze R, *Linear Algebra (2nd Edition)*. : Prentice Hall, 1971

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Materiale di approfondimento e prove d'esame di anni precedenti si trovano nella pagina web del docente (in italiano)

GEOMETRIA 2

(Titolare: Dott. MAURIZIO CAILOTTO)

Periodo: II anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 64A+60E; 14,00 CFU

Prerequisiti :

Il corso ha come propedeuticità il corso di Geometria 1 (algebra lineare e geometrie affini ed euclidea), e come prerequisiti anche i corsi di Algebra 1 e Analisi Matematica 1 (calcolo in una variabile). Si useranno anche alcuni argomenti svolti in parallelo nel corso di Analisi Matematica 2 (calcolo differenziale in due variabili).

Conoscenze e abilità da acquisire :

Nella prima parte del corso lo studente acquisisce le nozioni fondamentali riguardanti lo studio delle forme bilineari e quadratiche, della Geometria Proiettiva (e relazioni con le Geometrie Affine ed Euclidea), delle proprietà e classificazioni (proiettive, affini ed euclidee) di coniche e quadriche.

Nella seconda parte acquisisce i concetti fondamentali di Topologia Generale, e della Geometria Differenziale delle curve e delle superficie immerse nello spazio euclideo tridimensionale.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Le lezioni sono svolte in modo tradizionale alla lavagna, integrando le lezioni di teoria con lezioni di esercitazioni; e' sempre invitata la partecipazione degli studenti sia alle lezioni, sia proponendo problemi su cui esercitarsi. Possibilmente sarà organizzato un tutorato specifico del corso per favorire una maggiore interazione.

Contenuti :

-- Forme Bilineari e Quadratiche: definizione e proprietà delle forme bilineari e relazioni con le forme quadratiche. Matrici associate a forme bilineari; congruenza di matrici. Ortogonalità, teorema di decomposizione ortogonale, basi ortogonali; vettori e sottospazi isotropi. Classificazione delle forme bilineari alternanti (spazi simplettici). Classificazione delle forme bilineari simmetriche complesse e reali. Nozione di isometria per forme bilineari alternanti e simmetriche non degeneri. Cenni sulle forme hermitiane complesse. Aggiunzione tra

applicazioni lineari; morfismi autoaggiunti, normali; teorema spettrale (complesso e reale).

-- Geometria Proiettiva: introduzione dei punti all'infinito. Spazi proiettivi, spazi duali, principio di dualità proiettiva. Varietà lineari proiettive, posizioni reciproche, formula di Grassmann. Applicazioni proiettive e proiettività. Rapporto tra spazi affini, euclidei e proiettivi. Retta proiettiva, birapporto, armonia, quarto armonico. Piano proiettivo e costruzioni classiche, teorema di Desargues.

-- Coniche e Quadriche: generalità, polarità associata. Rette e piani tangenti. Duali. Classificazione proiettiva reale e complessa; razionalità di coniche irriducibili. Classificazione affine reale e complessa, classificazione euclidea reale (parametri e loro calcolo). Fasci di coniche. Teorema di Pascal (duale: Brianchon). Schiere di rette sulle quadriche rigate; mappa di Segre. Cerchi sulle quadriche.

-- Curve differenziali: regolarità, parametrizzazioni, lunghezza d'arco, curvatura e torsione, riferimenti e formule di Frenet, teorema fondamentale di esistenza, esempi fondamentali.

-- Superficie differenziabili: descrizioni locali, piani tangenti e differenziali di mappe, prima forma fondamentale, applicazioni di Gauss e di Weingarten, seconda forma fondamentale; curvature principali e di Gauss, tipi di punti; curve sulle superficie: linee di curvatura, asintotiche, geodetiche; equazioni differenziali delle geodetiche.

-- Topologia: definizione (aperti, chiusi, intorno, operatori di chiusura e interno, filtri e reti, limiti), funzioni continue, proprietà di numerabilità e separazione, connessione, compattezza; spazi metrici e spazi completamente regolari; esempi e controesempi vari.

-- Cenni sulle superficie reali compatte: classificazione topologica (orientabilità e genere, caratteristica di Eulero Poincaré).

Modalità di esame :

Esame scritto per la verifica delle competenze di base per lo studio e la classificazione degli oggetti geometrici studiati, seguito da una discussione orale sugli aspetti teorici del programma.

Criteri di valutazione :

La valutazione si basa sulla capacità del candidato di risolvere esercizi di classificazione e studio degli oggetti geometrici introdotti, e di verificare le principali proprietà di semplici spazi topologici. L'esame orale contribuisce alla valutazione dando al candidato la possibilità di mostrare le competenze teoriche acquisite e la capacità di applicarle in qualche caso specifico.

Testi di riferimento :

Maurizio Cailotto, AGLQ (Algebra e Geometria Lineari e Quadratiche). ; ,

Maurizio Cailotto, T&Ge (Topologia e Geometria elementari). ; ,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Aggiornamenti sul corso, dispense aggiornate, ulteriori indicazioni bibliografiche, esami degli anni passati sono presenti sulla pagina web del docente (www.math.unipd.it/~maurizio/).

INTRODUZIONE ALLA PROGRAMMAZIONE

(Titolare: Dott. LUCA RIGHI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 8A+16L; 2,00 CFU

Prerequisiti :

Nessuno.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso si propone di dare una introduzione al calcolatore, ai sistemi operativi, e ai supporti alla programmazione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso si articola in 24 ore, di cui 12 ore frontali e 12 ore in laboratorio.

Contenuti :

- Concetti e nozioni di base dell'informatica (architettura di Von Neumann, hardware e circuiti logici, rappresentazione binaria dell'informazione, cenni di linguaggio macchina e assembly)

- Sistemi Operativi (Unix/Linux e Windows)

- Compilatori e programmi

Modalità di esame :

Scritto e prova in laboratorio.

Criteri di valutazione :

L'esame dovrà verificare la capacità dello studente di interagire con il calcolatore (prova pratica) e la conoscenza delle nozioni informatiche di base (prova scritta).

Testi di riferimento :

Colussi, File', Rossi, Informatica di base.. : Libreria progetto, 2003

LABORATORIO COMPUTAZIONALE

(Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO')

Periodo: Il anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 40A+16L; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : insegnamento a scelta, alternativo a Metodo Assiomatico e Teoria degli Insiemi, oppure a Ottimizzazione Discreta.

Prerequisiti :

Algebra, geometria ed analisi del biennio.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Rudimenti di uso del calcolatore per uno studio della matematica sia numerico che formale. Organizzazione dei risultati ottenuti in una forma scritta efficace.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Alcune ore di lezione frontale per introdurre gli argomenti, gran parte del lavoro in laboratorio di informatica.

Contenuti :

Studieremo problemi di matematica con l'ausilio del calcolatore. Gli argomenti trattati includeranno: numeri primi e crittografia, isometrie e tassellazioni del piano, caos e frattali, dinamica nel piano.

Modalità di esame :

Sottomissione di progetti scritti. Esame orale finale sui lavori presentati.

Criteri di valutazione :

Si valuterà la comprensione degli argomenti, la capacità tecnica nell'ottenere i risultati, la chiarezza con cui tali risultati sono esposti.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Notebooks di Matematica scritti dal docente e pubblicati sulla sua pagina web.

LINGUA INGLESE

(Titolare: Dott.ssa ALESSANDRA BERTAPELLE)

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: ; 3,00 CFU

Sede dell'insegnamento : Per registrare l'idoneità, sia avendo un diploma valido, sia avendo superato le prove del CLA, gli studenti di Matematica dovranno iscriversi alle apposite liste su UniWeb, che saranno attivate durante le sessioni di esame.

Contenuti :

Il test (livello base B2) è organizzato dal "Centro Linguistico di Ateneo", vedi <http://www.cla.unipd.it/idoneita-linguistica/>

Chi è in possesso di un certificato equivalente rilasciato da non più di 3 anni da un ente riconosciuto non deve sostenere il test.

Per ulteriori informazioni si veda la pagina <http://www.math.unipd.it/~bertapel/didattica.html>

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

LOGICA MATEMATICA

(Titolare: Prof.ssa MARIA EMILIA MAIETTI)

Periodo: III anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 24A+32E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

conoscenze di base di algebra, di topologia e del linguaggio insiemistico

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo scopo principale del corso è quello di illustrare i legami tra sintassi e semantica e mettere in evidenza sia le possibilità che i calcoli sintattici offrono, come pure i limiti espressivi e dimostrativi che essi impongono.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali in aula

Contenuti :

Illustrazione e definizione rigorosa di concetti come: linguaggio, espressione, simbolo, proposizione, asserzione, inferenza, derivazione, dimostrazione, conseguenza, teoria assiomatica, modello, valutazione, interpretazione, validità.

Si illustreranno sia il caso della logica classica che quello della logica intuizionistica.

Si dimostreranno i principali teoremi di equivalenza tra semantica e sintassi (teorema di completezza).

Una seconda parte del corso riguarderà invece i risultati limitativi; si dimostreranno in particolare il teorema di compattezza, che impone dei chiari limiti espressivi al linguaggio del primo ordine, e i teoremi di Godel che mettono in luce i suoi limiti dimostrativi.

Laddove risulterà opportuno e vantaggioso si utilizzeranno nozioni di teoria delle categorie per provare versioni categoriali dei teoremi menzionati.

Modalità di esame :

scritto + orale

Criteri di valutazione :

si intendono valutare le conoscenze acquisite dallo studente sui temi del corso

Testi di riferimento :

Dirk van Dalen, *Logic and structure*. London: Springer, 2012

A. S. Troelstra and H. Schwichtenberg, *Basic Proof Theory*. : Cambridge University Press, 1996

Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*. : Springer, 1978

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense del docente

MATEMATICA DISCRETA

(Titolare: Prof. MICHELANGELO CONFORTI)

Periodo: III anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

(Titolare: Prof.ssa ALESSANDRA BURATTO)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 16A+16E+32L; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze delle basi di Analisi Matematica, Algebra Lineare e Geometria Analitica.

Conoscenze e abilità da acquisire :

In questo corso verranno presentati da un punto di vista teorico la programmazione matematica e l'ottimizzazione dinamica studiando con particolare enfasi le applicazioni microeconomiche e macroeconomiche più importanti di tali discipline. L'approccio teorico sarà completato dalla presentazione di un software di ottimizzazione che può essere utilizzato per affrontare problemi di ottimizzazione statica e dinamica che si incontrano in ambito economico/aziendale.

Gli obiettivi formativi di tale corso consistono nella creazione di una figura in grado di saper riconoscere e modellare un problema di ottimizzazione legato al mondo economico aziendale. Alla capacità di formalizzare il modello segue la competenza necessaria per risolverlo numericamente mediante un software di ottimizzazione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Le lezioni teoriche si terranno in aule tradizionali con l'utilizzo di tablet, mentre il laboratorio sarà in aula informatica. Ogni allievo avrà a disposizione un PC sul quale sarà preventivamente installato il software di ottimizzazione (matlab) utilizzato per le simulazioni.

Contenuti :

Programmazione non-lineare.

Ottimizzazione dinamica, Controllo ottimo, Calcolo delle Variazioni.

Applicazioni in ambito Economico ed aziendale (Microeconomia, Macroeconomia, Marketing...)

Simulazione mediante software.

Modalità di esame :

L'esame prevede una prova scritta, una prova orale e la presentazione di un progetto di simulazione numerica.

Criteri di valutazione :

Verranno valutate sia la conoscenza e il rigore degli strumenti matematici utilizzati per la risoluzione di un problema di Ottimizzazione, sia la capacità di interpretarne i risultati nel contesto applicativo.

Testi di riferimento :

Buratto A., Grosset L., Viscolani B., *Ottimizzazione dinamica: Modelli economici e gestionali*. Padova: Libreria Progetto, 2016

Seierstad and Sydsaeter, *Optimal Control Theory With Economic Applications*. Amsterdam: North-Holland, 1987

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Copia dei lucidi proiettati e delle lezioni tenute vengono regolarmente inviate via e-mail agli studenti frequentanti. Il corso dispone di un gruppo nella piattaforma Moodle del corso di laurea in Matematica.

ulteriori informazioni nel sito personale del docente: <http://www.math.unipd.it/~buratto/Home.html>

MECCANICA ANALITICA

(Titolare: Prof. GIANCARLO BENETTIN) - Mutuato da:

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 48A; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Per gli studenti di Fisica: tutti gli argomenti del corso di Istituzioni di Fisica Matematica. Per gli studenti di Matematica: tutti gli argomenti del corso di Fisica Matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo studente diventerà familiare con le basi della meccanica hamiltoniana e con alcune delle sue principali applicazioni fisiche. Acquisirà in particolare dimestichezza con i metodi perturbativi e con i principali risultati in questo campo, sempre con attenzione al loro significato fisico.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni cosiddette frontali, comprendenti teoria ed esercizi.

Contenuti :

Trasformazioni canoniche: nozione e proprietà caratteristiche; generazione di trasformazioni canoniche; trasformazioni dipendenti dal tempo e applicazioni al problema a tre corpi.

Il corpo rigido: cinematica essenziale; il caso di Eulero-Poinsot; gli angoli di Eulero; il caso di Lagrange.

Sistemi hamiltoniani integrabili: nozione; le variabili di azione-angolo; il teorema di Liouville-Arnold; applicazione al moto centrale; applicazione al corpo rigido di Eulero-Poinsot; l'equazione di Hamilton-Jacobi.

Le basi della teoria Hamiltoniana delle perturbazioni: sistemi prossimi a sistemi integrabili; il principio della media e il ruolo delle risonanze; un passo perturbativo per sistemi isocroni perturbati; forme normali; sistemi anisocroni e loro caratteristiche geometriche, il modello dei rotatori; applicazione al corpo rigido: il modello classico della precessione degli equinozi.

Uno sguardo ai principali risultati moderni: la teoria KAM e la teoria di Nekhoroshev.

Invarianti adiabatici: nozione, esempi elementari, alcune applicazioni fisiche

Modalità di esame :

Prova scritta, comprendente esercizi e teoria. La parte di teoria, a richiesta dello studente, si può svolgere in forma orale.

Criteri di valutazione :

Verifica delle conoscenze acquisite, con particolare attenzione al formarsi di una mentalità critica e alla comprensione del legame tra struttura matematica e significato fisico degli argomenti di studio.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Sono sufficienti le dispense del docente disponibili in rete. Su richiesta dello studente saranno consigliati testi di approfondimento.

METODI MATEMATICI

(Titolare: Dott. FRANCESCO PAOLO MONTEFALCONE)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Prerequisiti: conoscenze di base dell'Analisi Matematica e dell'Algebra lineare.

Propedeuticità: Analisi Matematica 2.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Nozioni base sulle funzioni olomorfe di una variabile.

Nozioni di base sulla trasformazione e sulle serie di Fourier.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni ed esercitazioni frontali in aula.

Contenuti :

Funzioni di una variabile complessa:

identità di Cauchy-Riemann,

forme complesse e forme reali,

logaritmo complesso ed indice di avvolgimento,

formula di Cauchy per il cerchio,

analiticità,

zeri e principio di identità,

sviluppo di Laurent,

singolarità e residui,

calcolo di integrali col metodo dei residui,

teoremi della mappa aperta e del massimo modulo.

Serie di Fourier:

Spazi di Hilbert ed applicazioni: prodotto scalare tra funzioni e serie di funzioni a quadrato sommabile,

disuguaglianza di Bessel ed identità di Parseval;

lemma di Riemann-Lebesgue;

serie di Fourier di funzioni periodiche localmente sommabili,

teorema di convergenza puntuale di Dini.

Trasformazione di Fourier:

convoluzione ed approssimanti dell'unità,

teorema di inversione e teorema di Plancherel.

Modalità di esame :

Esame Scritto ed Esame Orale.

Criteri di valutazione :

Correttezza nello svolgimento dei problemi, conoscenza critica della teoria, capacità di discutere e presentare le soluzioni degli esercizi.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense a cura del docente. Durante il corso saranno anche suggeriti riferimenti bibliografici alternativi.

METODO ASSIOMATICO E TEORIA DEGLI INSIEMI

(Titolare: Prof.ssa CINZIA BONOTTO)

Periodo: II anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Sede dell'insegnamento : insegnamento a scelta, alternativo a Laboratorio Computazionale oppure a Ottimizzazione Discreta.

Prerequisiti :

Nozioni elementari di algebra

Conoscenze e abilità da acquisire :

Fornire una maggiore consapevolezza delle nozioni di teoria assiomatica e di insieme, nozioni usate, ma non approfondite, nei corsi di matematica

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali

Contenuti :

Genesi, evoluzione e sviluppi dei concetti di sistema formale e di teoria assiomatica. La teoria degli insiemi all'inizio del secolo XX.

Opera di Cantor. La teoria di Zermelo-Fraenkel. Insiemi. Funzioni. Numeri naturali. Finito ed infinito. Ricorsione. Ordinali e relativa

aritmetica. Assioma di rimpiazzamento. Assioma di scelta. Teorema del buon ordinamento. Equivalenza tra l'assioma di scelta, il buon

ordinamento ed il Lemma di Zorn.

Cardinali e relativa aritmetica. Ipotesi del continuo. Ipotesi generalizzata del continuo.

Logica al primo ordine: linguaggio e sistemi deduttivi.

Il linguaggio della logica al secondo ordine.

Nozioni generali sulle Teorie Assiomatiche.

Interpretazioni e Modelli.

Proprietà delle Teorie Assiomatiche: coerenza, indipendenza, decidibilità degli assiomi.

Categoricità e completezza.

Gli assiomi di Peano (al secondo ordine): categoricità.

Aritmetica al primo ordine.

Funzioni ricorsive e cenni ai teoremi di incompletezza di Goedel.

Logica intuizionista e aritmetica di Heyting.

Esempi di teorie complete ed eliminazione dei quantificatori.

Modalità di esame :

Esame scritto, con eventuale integrazione orale

Criteri di valutazione :

Verrà valutata la correttezza formale nella risoluzione di esercizi e nella dimostrazione di teoremi inerenti ai contenuti del corso

Testi di riferimento :

Gabriele Lolli, Dagli insiemi ai numeri. Torino: Bollati Boringhieri, 1994

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Oltre al testo di riferimento verranno eventualmente fornite delle dispense o altro materiale di studio nonché dei prototipi di prove d'esame

MODELLI FISICO-MATEMATICI

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN)

Periodo: III anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Analisi Matematica 2, Fisica Matematica.

Prerequisiti: Analisi Uno e Due, Fisica Matematica, Geometria delle superfici, Algebra delle matrici.

Conoscenze e abilità da acquisire :

In questo corso si propongono delle conoscenze di base di sistemi dinamici infinito-dimensionali di tipo Fisico-Matematico: meccanica dei continui deformabili e applicazioni, in varie direzioni. Tali sistemi sono un'evoluzione matematica di forte impatto applicativo-ingegneristico e così pure teorico, dei sistemi finito-dimensionali (punti, corpi rigidi) studiati nella meccanica classica d'ingresso al secondo anno con il corso Fisica Matematica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti :

Cinematica dei Continui: nozione di deformazione, moto, derivata molecolare, moto rigido, teorema del trasporto, principio di conservazione della massa, equazione di continuità (varie forme e loro equivalenza), leggi di conservazione e di bilancio, esempi.

Dinamica dei Continui: postulato di Cauchy e teorema del Tetraedro di Cauchy, principio dei Lavori Virtuali, Teorema delle forze vive, principio di indifferenza materiale, fluidi ideali ed elastici, Teorema di Kelvin, fluidi di Navier-Stokes, equazioni per la vorticità, irreversibilità delle equazioni di N-S, Teorema di Bernoulli, equazioni linearizzate dei fluidi elastici, materiali elastici e onde elastiche, formulazione variazionale delle equazioni di Cauchy, modello di D'Alembert della corda vibrante. Scrittura delle equazioni di continuità per la massa, di Cauchy e dell'energia (Teorema delle Forze Vive) come leggi di bilancio.

Termomeccanica dei continui: Primo e secondo principio della Termodinamica per i continui. Loro scrittura come legge di bilancio.

Secondo principio nella forma di Clausius Duhem. Energia libera. Calore specifico, deduzione dell'equazione del calore. Unicità della soluzione.

Termodinamica statistica: Funzione entropia di Shannon, sue proprietà, distribuzione di Gibbs, primo principio della Termodinamica nella forma di Gibbs, interpretazione del moltiplicatore come inverso della temperatura, esempi (gas ideale).

Metodo delle Caratteristiche per la soluzione delle equazioni alle derivate parziali (PDE) lineari. Teoria non-lineare delle Caratteristiche ed equazione Hamilton-Jacobi, nozione di soluzione geometrica: sotto-varietà Lagrangiane.

Ottica Ondulatoria asintotica elementare e Ottica Geometrica: Dalle equ. di Maxwell all'equazione iconale, Pr. Di Fermat.

Propagazione per Onde nei Sistemi di PDE di Leggi di Bilancio: onde di discontinuità deboli, relazioni di Hugoniot-Hadamard, propagazione e velocità del suono. Onde d'urto e relazione di Rankine-Hugoniot.

Teoria di Friedrichs - Lax - Godounov e Boillat.

Serie di Fourier ed equazione del calore e della diffusione.

Teoria dell'equazione di Fokker-Planck, funzionali dell'entropia relativa e dell'energia libera come funzioni di Lyapunov per la stabilità asintotica. Cenni sulle Grandi Deviazioni.

Riduzione finito-dimensionale esatta in teoria dei campi.

Trasformata di Fourier e Tomografia Assiale Computerizzata (TAC).

Modalità di esame :

Esame scritto.

Criteri di valutazione :

Verifica sull'apprendimento delle nozioni insegnate e sull'abilità nella rispettive applicazioni

Testi di riferimento :

F. Cardin & M. Favretti, Modelli Fisico Matematici. : CLEUP, 2014

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Nelle pagine web dei docenti che negli ultimi anni hanno condotto questo insegnamento (F. Cardin e M. Favretti) si trovano materiali didattici relativi al programma svolto.

OTTIMIZZAZIONE DISCRETA

(Titolare: Prof. MARCO DI SUMMA)

Periodo: Il anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : insegnamento a scelta, alternativo a Laboratorio Computazionale, oppure a Metodo Assiomatico e Teoria degli Insiemi.

Prerequisiti :

Conoscenze basilari di Algebra Lineare.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenze di base dell'Ottimizzazione Discreta, con enfasi sulla teoria matematica, le tecniche risolutive e le possibili applicazioni pratiche dei problemi di ottimizzazione considerati.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali con esercizi.

Contenuti :

Il corso tratta alcuni temi fondamentali dell'Ottimizzazione Discreta:

- Problemi di Programmazione Lineare;
- Aspetti geometrici della Programmazione Lineare;
- Metodo del simplesso;
- Teoria della dualità in Programmazione Lineare;
- Cenni ai grafi e alla complessità degli algoritmi;
- Problema del cammino minimo;
- Problema del flusso massimo e del taglio minimo.

Modalità di esame :

Prova scritta obbligatoria e prova orale facoltativa.

Criteri di valutazione :

Nella prova scritta lo studente dovrà dimostrare la comprensione dei risultati teorici e degli algoritmi studiati, nonché la capacità di sfruttare tali nozioni per risolvere esercizi.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense fornite dal docente.

PROBABILITA' E STATISTICA

(Titolare: Dott. MARKUS FISCHER)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+30E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Successioni e serie numeriche, calcolo differenziale e integrale per funzioni di una variabile reale.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso introduce le nozioni basilari di calcolo delle probabilità, in particolare su strutture discrete.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti :

Definizione di spazio di probabilità: spazio campionario, sigma-algebra degli eventi e probabilità. Proprietà della probabilità, spazi con legge uniforme e applicazioni del calcolo combinatorio.

Probabilità condizionata ed indipendenza.

Definizione di variabile aleatoria. Variabili aleatorie discrete: legge e densità discreta. Legge congiunta e leggi marginali, legami tra densità congiunta e densità marginali. Variabili aleatorie indipendenti. Esempi di variabili aleatorie: uniformi, di Bernoulli, binomiali, geometriche, di Poisson. Funzione di ripartizione, massimi e minimi di variabili aleatorie. Il valor medio: definizione e proprietà. Momenti, varianza e covarianza.

Spazi di probabilità generali e sigma-algebra generata da una famiglia di eventi.

Variabili aleatorie reali e sigma-algebra boreliana in \mathbb{R} . Variabili aleatorie assolutamente continue: definizione ed esempi (uniformi, esponenziali, Gamma, normali, chi quadro).

Quantili. Trasformazioni di variabili aleatorie: massimi, minimi e somme di variabili aleatorie indipendenti.

Valor medio e sue proprietà. Formula del valor medio di una funzione composta. Disuguaglianze notevoli: di Markov-Chebychev, di Jensen, di Cauchy-Schwarz.

Teoremi limite classici. Legge dei grandi numeri. Applicazione: il metodo Monte Carlo. Teorema Limite Centrale: approssimazione normale e correzione di continuità.

Statistica inferenziale. Definizioni di modello e di campione statistici.

Definizione e proprietà degli stimatori: stimatori corretti, consistenti ed asintoticamente normali. Stimatori di media e varianza.

Modalità di esame :

Prova scritta e orale

Criteri di valutazione :

La prova scritta è formata da due parti distinte, la prima con esercizi e la seconda con domande riguardanti le definizioni e i principali risultati visti a lezione.

Testi di riferimento :

PROGRAMMAZIONE

(Titolare: Dott. FABIO AIOLLI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+32L; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze informatiche di base acquisite nel corso di *Introduzione alla Programmazione*. Conoscenze matematiche di base del livello acquisito alle scuole superiori.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso introduce i fondamentali metodologici degli algoritmi e della programmazione, con un' enfasi particolare alla programmazione scientifica. Al termine del corso lo studente dovrebbe aver acquisito le competenze di base e le capacità operative necessarie al fine di progettare, organizzare e formalizzare programmi di piccole dimensioni, sviluppati secondo i paradigmi funzionale e orientato agli oggetti del linguaggio Python. Dovrebbe inoltre essere in grado di analizzare la struttura logica di un programma al fine di verificarne la correttezza in relazione alle specifiche date.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso ha una durata di 64 ore totali.

32 ore in Aula con l'ausilio di PC (lucidi ed esempi di programmazione) e lavagna

32 ore in Laboratorio. Ogni studente ha a disposizione un PC. La lezione consiste in una serie di esercitazioni proposte agli studenti che verranno seguiti da 2 o più docenti o personale di supporto.

Contenuti :

Il corso ha i seguenti capitoli:

- 1) Concetti fondamentali. Nozione di algoritmo, computabilità e complessità, programma.
- 2) Introduzione al linguaggio Python. Programmazione funzionale ed orientata agli oggetti.
- 3) Strutture dati e algoritmi. Strutture dati più complesse di quelle offerte dal linguaggio Python. Alberi e Grafi, Code, Pile.
- 4) Applicazioni scientifiche e giochi.

Modalità di esame :

Esame: Scritto, Orale (opzionale). Il compito da svolgere prevede due parti. La prima parte riguardante la sintassi del linguaggio Python, la teoria della programmazione, e l'analisi/implementazione di semplici programmi; la seconda parte riguarda l'analisi e l'implementazione di algoritmi più complessi.

Criteri di valutazione :

Lo studente viene valutato sulla capacità acquisita di analisi di un problema di natura scientifica da risolvere, progettazione di algoritmi adeguati e la loro soluzione con un programma in Python.

Testi di riferimento :

Downey, J. Elkner, C. Meyers, *Pensare da Informatico, Imparare con Python*. ;
Fabio Aioli, *Appunti di programmazione (scientifica) in Python*. : Esculapio, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Il materiale di studio consiste in: programmi svolti a lezione e lucidi presentati a lezione e in laboratorio.

PROVA FINALE

(Titolare: da definire)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: ; 5,00 CFU

Prerequisiti :

CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire :

CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti :

CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame :

CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione :

CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

CONTENUTO NON PRESENTE

REDAZIONE DI UN TESTO SCIENTIFICO

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: ; 1,00 CFU

Contenuti :

Il credito di Redazione di un testo scientifico viene registrato su UniWeb dal presidente del corso di laurea previa iscrizione alla sessione di laurea (ad ogni sessione di laurea sarà aperta una corrispondente lista per la registrazione).

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

STATISTICA MATEMATICA

(Titolare: Prof. MICHELE PAVON)

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Propedeuticità: Probabilità e statistica.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Introduzione e studio delle tematiche fondamentali della statistica classica: stima parametrica e verifica di ipotesi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Si tratta di un corso introduttivo ai concetti basilari della Statistica classica da un punto di vista prevalentemente matematico.

Programma del corso:

- Nozioni introduttive su problematiche e metodologie della Statistica matematica;
- Statistiche, Statistiche sufficienti ; distribuzioni di classe esponenziale;
- Stimatori corretti a varianza uniformemente minima;
- Confine inferiore di Rao-Cramer e stimatori efficienti;
- Modelli lineari. Principio dei minimi quadrati;
- Stimatori di massima verosimiglianza;
- Test per ipotesi alternative semplici; test di Neyman-Pearson;

Modalità di esame :

prova scritta.

Criteri di valutazione :

votazione ottenuta nella prova scritta.

Testi di riferimento :

G.Andreatta e W.Runggaldier, *Statistica Matematica : Problemi ed Esercizi Risolti..* : Liguori Editore, 1983

M. Pavon, *Appunti di statistica matematica. Disponibili nel sito del corso:* , 2014

SUPERFICIE DI RIEMANN

(Titolare: Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Algebra, geometria ed analisi del biennio; conoscenze di base sulle funzioni oloomorfe di una variabile complessa.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso si propone di sviluppare i concetti fondamentali riguardanti le superficie di Riemann compatte (con particolare riferimento a sfere e tori), introducendo il concetto di genere e le sue interpretazioni (in particolare, il teorema di Riemann-Roch).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali d'aula ed esercitazioni.

Contenuti :

Il corso presenterà un'introduzione alla geometria delle curve algebriche sul corpo dei numeri complessi. Gli argomenti trattati saranno i seguenti:

- Definizione di superficie di Riemann;
- Proprietà elementari delle funzioni oloomorfe su di una superficie di Riemann;
- studio dettagliato di sfera di Riemann e tori;
- Divisori delle superficie di Riemann compatte; sistemi lineari;
- differenziali e teorema di Riemann- Roch; applicazioni;
- prime nozioni di omologia, Jacobiane di superficie di Riemann e teorema di Abel-Jacobi.

Modalità di esame :

Esame scritto.

Criteri di valutazione :

La prova scritta verifica le conoscenze acquisite nel corso, e la capacità di applicarle in casi specifici.

Testi di riferimento :

Miranda Rick, *Algebraic curves and Riemann Surfaces.* : AMS - GSM 5, 1995

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ci saranno dispense del docente sui contenuti del corso ed esercizi relativi.

TEORIA DI GALOIS

(Titolare: Prof. ALBERTO TONOLO)

Periodo: III anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Algebra e geometria del biennio

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Si presentera' la teoria classica dei campi e la teoria di Galois. In particolare: costruzioni con riga e compasso, risolubilita' per radicali delle equazioni algebriche, estensioni di campi, normalita', separabilita'.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Metodologia di insegnamento tradizionale. Uso tablet a lezione.

Contenuti :

Richiami sui polinomi e le loro radici. Campo di spezzamento. Radici multiple, separabilita'.

Gruppo di Galois. Corrispondenza di Galois. Teorema 90 di Hilbert.

Risolubilita' per radicali. Estensioni ciclotomiche.

Costruzioni con riga e compasso.

Il gruppo simmetrico come gruppo di Galois.

Chiusura algebrica.

Modalita' di esame :

Scritto e orale.

Criteri di valutazione :

Si valtera' la conoscenza e la capacita' di applicare le nozioni ed i risultati visti durante il corso.

Testi di riferimento :

D.J.H. Garling, *A course in Galois Theory.* : Cambridge University Press 1986,

J.S. Milne, *Fields and Galois Theory.* : (note disponibili in rete),

I. Martin Isaacs, *Algebra, a graduate course.* : AMS,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Il materiale di studio e' formato da i libri di testo suggeriti, dagli appunti delle lezioni e da eventuali note che saranno rese disponibili sul sito web dedicato al corso.

TOPOLOGIA

(Titolare: Prof. MATTEO LONGO)

Periodo: III anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

I contenuti dei corsi di Algebra, Analisi Matematica e Geometria del primo biennio.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Competenze di base sulle nozioni di omotopia, gruppo fondamentale e rivestimenti di spazi topologici. Capacita' di applicarle in vari ambiti.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni ed esercitazioni in aula. Particolare enfasi verra' posta sullo sviluppo di esempi e sul calcolo concreto delle nozioni introdotte.

Contenuti :

Il tema del corso e' lo studio del gruppo fondamentale di uno spazio topologico, ed il suo ruolo nella teoria dei rivestimenti degli spazi topologici. Partiremo dalla definizione di omotopia tra cammini, per poi passare alla definizione ed allo studio del gruppo fondamentale. Dopo aver discusso il teorema di Seifert-von Kampfen e averlo applicato in varie situazioni, passeremo allo studio della teoria dei rivestimenti degli spazi topologici.

Una larga parte del corso sara' dedicata ad esempi ed esercizi. L'approccio sara' per la maggior parte del corso elementare.

Modalita' di esame :

Esame scritto in cui si richiede di risolvere qualche problema sugli argomenti del corso, eventualmente seguito da una discussione orale.

Criteri di valutazione :

L'esame scritto serve per valutare sia le competenze teoriche acquisite, sia la capacita' di applicarle in esempi tratti da una vasta gamma. L'eventuale esame orale permette allo studente di dare spiegazioni sull'elaborato svolto, e di mostrare le proprie competenze sugli argomenti del corso.

Testi di riferimento :

Massey, William S., *Algebraic topology an introduction* William S. Massey. New York: Springer, 1977

Curriculum: Curriculum Applicativo

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Generale
