



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

**SCUOLA DI SCIENZE**

**Bollettino Notiziario**

Anno Accademico 2015/2016

**Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)**

---

## Curriculum: Corsi comuni

---

---

## Curriculum: Corsi comuni

---

### ATTIVITÀ SEMINARIALE

---

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

**Periodo:** Il anno, annuale  
**Indirizzo formativo:** Corsi comuni  
**Tipologie didattiche:** ; 4,00 CFU

**Contenuti :**

L'idoneità di 4 cfu della "attività seminariale" prevista per il corso di Laurea Magistrale in Matematica può essere ottenuta dagli studenti in vari modi, indicati nell'apposito regolamento per l'attività seminariale disponibile nel sito web ufficiale del CCS:

<http://www.math.unipd.it/~lauream/>

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

### PROVA FINALE

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, annuale  
**Indirizzo formativo:** Corsi comuni  
**Tipologie didattiche:** ; 36,00 CFU

**Prerequisiti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Contenuti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Modalità di esame :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Criteri di valutazione :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

CONTENUTO NON PRESENTE

---

## Curriculum: Curriculum ALGANT

---

---

## Curriculum: Curriculum ALGANT

---

### ALGEBRA COMMUTATIVA

---

(Titolare: Dott. MARCO ANDREA GARUTI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni Intere;
- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali, esercitazioni. Esercizi suggeriti.

**Contenuti :**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski sullo spettro primo  $\text{Spec}(R)$ .  $\text{Spec}(R/I)$  come chiuso di  $\text{Spec}(A)$ . Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunzione dei funtori  $\text{Hom}$  prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kahler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in  $\text{Spec}(R)$ . Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalità di esame :**

- Un esame scritto obbligatorio per tutti.
- Un esame orale opzionale, per chi ha buoni risultati negli esercizi a casa e nel test scritto.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Atiyah, Michael Francis; Mac Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0  
Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0  
Ramero, Lorenzo, Grimoire d'algèbre commutative. Lille: Les Presses Insoumises, 2015  
Garuti, M.A., Commutative Algebra Lecture notes. Padova: , 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>  
Altro materiale (esercizi, testi degli esami precedenti) disponibile alla stessa pagina web.

## ANALISI COMPLESSA

(Titolare: Dott. PIETRO POLESELLO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** 1 anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

vedi versione inglese

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

vedi versione inglese

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

vedi versione inglese

**Contenuti :**

vedi versione inglese

**Modalità di esame :**

vedi versione inglese

**Criteri di valutazione :**

vedi versione inglese

**Testi di riferimento :**

Remmert, Reinhold, *Classical topics in complex function theory* Reinhold Remmert translated by Leslie Kay. New York [etc.]: Springer, 0

Jean-Pierre Schneiders, *Fonctions de Variables Complexes*. Universit  de Liège: self published, 2010

Rudin, Walter, *Real and complex analysis* Walter Rudin. New York [etc.]: McGraw-Hill, 0

Gamelin, Theodore W., *Complex analysis* Theodore W. Gamelin. New York [etc.]: Springer, 0

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

vedi versione inglese

**ANELLI E MODULI**

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti :**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piatte, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalita' di esame :**

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento :**

B.B Stentrom, *Rings of quotients*. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, *An Introduction to Homological Algebra*. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, *An introduction to Homological Algebra*. New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

**CRITTOGRAFIA**

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Gli argomenti dei corsi di Algebra, Analisi I.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezione frontale.

**Contenuti :**

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve.

Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

**Modalita' di esame :**

Scritto

**Criteri di valutazione :**

Durante la prova scritta lo studente dovr  rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verra' assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare

alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

**Testi di riferimento :**

A. Languasco e A. Zaccagnini, *Manuale di Crittografia*. Milano: Hoepli, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Utilizzeremo i seguenti testi:

- 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - *Manuale di Crittografia* - Hoepli Editore, 2015. (italian).
- 2) N.Koblitz - *A Course in Number Theory and Cryptography*, Springer, 1994.
- 3) R.Crandall, C.Pomerance, - *Prime numbers: A computational perspective* - Springer, 2005.
- 4) B. Schneier - *Applied Cryptography* - Wiley, 1994

## FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni in lingua inglese.

**Contenuti :**

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel poldisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analiticità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime L2 nel problema Neumann

**Modalità di esame :**

esame orale.

**Testi di riferimento :**

- L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables*. : North-Holland, 1990  
A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex*. : CRC Press, 1991  
S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables*. : AMS/IP, 2001

## GEOMETRIA ALGEBRICA 1

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

class and homeworks

**Contenuti :**

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

**Modalità di esame :**

There will be a written examination

**Criteri di valutazione :**

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

**Testi di riferimento :**

Hartshorne, *Algebraic Geometry*. New York-berlin: Springer, 1977

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

we will indicate some books and preprints.

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede

**Prerequisiti :**

Corsi di  $\mathbb{C}$ -Algebra 1 e  $\mathbb{C}$ -Algebra 2.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Questo e' un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti :**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, rappresentazioni di gruppi, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalita' di esame :**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione :**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento :**

Alberto Facchini, *Introduction to Ring and Module Theory*. Padova: Libreria Progetto, 2013

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

---

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:**

I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:**

Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:**

32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti :**

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

**Modalita' di esame :**

Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

**Testi di riferimento :**

I.M. Isaacs, *Finite group theory*. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

J. Wilson, *Profinite groups*. Oxford: Clarendon Press, 1998

## MECCANICA SUPERIORE

---

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:**

I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:**

Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:**

24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti :**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varieta' Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varieta' simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varieta' simplettiche.

Parametizzazioni locali e globali delle sottovarieta' Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-Hil'ormander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di

Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei

punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varieta' Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalita' di esame :**

Scritto.

**Criteri di valutazione :**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento :**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics*. : Birkhäuser, 1994

ArnolĎ, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, *Introduction to symplectic topology*. : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, *Elementary Symplectic Topology and Mechanics*. : Springer Verlag, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

F. Cardin: *Elementary Symplectic Topology & Mechanics*, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

## TEORIA DEI NUMERI 1

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere giĂ seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiaritĂ con le funzioni di una variabile complessa.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi. Teoria di Galois e di Hilbert. La legge di reciprocitĂ quadratica. Teoria di Minkowski. Determinazione del gruppo di classi e del gruppo delle unitĂ in casi semplici. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

I compiti saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli esercizi proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente Ă offerta l'opportunitĂ di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrĂ cosĂ valutare la capacitĂ espositive dello studente.

L'esame orale finale consiste in una lezione da svolgere in sede separata su argomento di livello piĂ elevato.

**Contenuti :**

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. ProprietĂ di fattorizzazione.
6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocitĂ quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unitĂ).
11. Simboli di Hilbert (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1 Cap. 2).
12. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1).

Tutto il materiale si trova comunque nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. Il nostro programma essenziale consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. Le dimostrazioni analitiche nel capitolo 5 non saranno richieste.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

**Modalita' di esame :**

Si proporranno 3 compiti scritti durante il corso.

Il loro scopo Ă di verificare la comprensione delle lezioni passo-passo.

Un esame scritto finale sarĂ proposto a chi non ha superato i compiti o non Ă soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente Ă offerta l'opportunitĂ di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale Ă riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione :**

Si apprezzerĂ e valuterĂ sia l'impegno di studio che l'interesse per la materia e la capacitĂ di risolvere problemi.

**Testi di riferimento :**

Daniel A. Marcus, *Number Fields*. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, *Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory)*. : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

E' possibile che uno studente trovi piĂ semplice studiare uno o piĂ argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online.

Quando possibile, l'insegnante darĂ indicazioni su dove reperire tale materiale.

## TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di teoria algebrica dei numeri e teoria di Galois.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Introduzione alle rappresentazioni  $p$ -adiche di corpi locali e teoria di Fontaine.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali in lingua inglese.

**Contenuti :**

- 1) la teoria della ramificazione per estensioni finite, Galois  $K/L$ , dove  $K, L$  sono campi locali (referenza J.-P. Serre, *Corps Locaux/Local Fields*).
- 2) rappresentazioni  $p$ -adiche di  $G_K$ , dove  $K$  è un campo locale  $p$ -adico.
- 3) rappresentazioni  $p$ -adiche di  $G_K$ , (per  $K$  un campo locale  $p$ -adico) che sono  $C_p$ -admissibili (referenza J. Tate,  *$p$ -Divisible groups*).
- 4) Il funtore di Fontaine  $D_{\{HT\}}$ .

**Modalità di esame :**

Esame scritto/orale.

**Testi di riferimento :**

J.P. Serre, *Corps locaux / Local Fields.* : Hermann / Springer,

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Ulteriori materiali di studio saranno indicati durante il corso.

---

## TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

(Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede  
**Aule :** 2AB40

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalità. Rappresentazioni Indotte, formula di Mackey. Reciprocità di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalità di esame :**

Scritto, dato da una serie di esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

J.P. Serre, *Représentations Linéaires des Groupes Finis*; (there exists also an English version);

J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer

P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

---

## TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

vedi sotto

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abeliene



Lo scopo  $\tilde{}$  di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext.

#### Fasce Abelianie su Spazi Topologici

Studieremo fasce abelianie su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e  $\hat{S}$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasce localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

#### Coomologia di Fasce

Dimostreremo che la categoria dei fasce abelianie ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasce. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasce localmente costanti

$\tilde{}$  un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune variet $\tilde{}$  classiche.

#### Contenuti :

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasce, con particolare riferimento ai fasce localmente costanti.

I fasce su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre propriet $\tilde{}$  globali da propriet $\tilde{}$  locali. Questo strumento si  $\tilde{}$  rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali  $\tilde{}$  esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

#### Modalita' di esame :

tradizionale

#### Criteri di valutazione :

esame orale

#### Testi di riferimento :

Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,

---

## Curriculum: Curriculum Applicativo

---

### MECCANICA HAMILTONIANA

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, 2 trimestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Sede dell'insegnamento :** mutuato dal corso omonimo della Laurea in Fisica: vedi anche bollettino corrispondente.

#### Prerequisiti :

conoscenze di base di geometria differenziale e di meccanica lagrangiana ed hamiltoniana.

#### Conoscenze e abilita' da acquisire :

Introdurre all'uso di metodi geometrico-gruppali nello studio di simmetrie, leggi di conservazione ed integrabilita` dei sistemi meccanici Hamiltoniani.

#### Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali

#### Contenuti :

Gruppi di Lie e loro azioni su variet $\tilde{}$ . Simmetrie e riduzione di equazioni differenziali. Il caso delle variet $\tilde{}$  simplettiche: azioni Hamiltoniane, mappa momento, riduzione simplettica. Sistemi Hamiltoniani su gruppi di Lie. Integrabilita` e teorema di Liouville-Arnold.

#### Criteri di valutazione :

svolgimento di esercizi, risposta a domande.

#### Testi di riferimento :

Arnold, Metodi Matematici della Meccanica Classica (Editori Riuniti).

Abraham, Marsden: Foundations of Mechanics II ed.(Benjamin)

Marsden, Ratiu: Introduction to Mechanics and Symmetry (Springer)

Audin: Torus actions on symplectic manifolds. II edizione (Birkhauser)

Materiale fornito durante il corso.

---

### METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, 3 trimestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo

**Tipologie didattiche:** 40A+16E; 6,00 CFU

---

## Curriculum: Curriculum Applicativo

---

---

## Curriculum: Curriculum Didattico

---

---

## Curriculum: Curriculum Didattico

---

---

## Curriculum: Curriculum Generale

---

### ALGEBRA COMMUTATIVA

---

(Titolare: Dott. MARCO ANDREA GARUTI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni Intere;
- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali, esercitazioni. Esercizi suggeriti.

**Contenuti :**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski su sullo spettro primo  $\text{Spec}(R)$ .  $\text{Spec}(R/I)$  come chiuso di  $\text{Spec}(A)$ . Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed agguinzatura dei funtori  $\text{Hom}$  prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kahler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in  $\text{Spec}(R)$ . Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali

regolari. Finitzza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalita' di esame :**

- Un esame scritto obbligatorio per tutti.
- Un esame orale opzionale, per chi ha buoni risultati negli esercizi a casa e nel test scritto.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserA sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacitA di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Atiyah, Michael Francis; Mac Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0  
Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0  
Ramero, Lorenzo, Grimoire d'algA bre commutative. Lille: Les Presses Insoumises, 2015  
Garuti, M.A., Commutative Algebra Lecture notes. Padova: , 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>  
Altro materiale (esercizi, testi degli esami precedenti) disponibile alla stessa pagina web.

---

## ANALISI ARMONICA

(Titolare: Prof. STEN OLOF PETER SJOGREN)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Contenuti :**

La teoria degli integrali singolari A nata agli inizi del ventesimo secolo nell'ambito dell'analisi complessa. Negli anni cinquanta essa venne estesa agli spazi euclidei di dimensione finita arbitraria, trovando applicazioni nella teoria delle equazioni ellittiche. Fino ai primi anni '80 le stime di questi operatori nello spazio delle funzioni a quadrato sommabile erano basate sull'analisi di Fourier, ma successivamente vennero sviluppate nuove tecniche, in particolare il cosiddetto Teorema T1 e ciA2 permise di estendere la teoria ad ambiti piA1 generali producendo nuove applicazioni.

Inizieremo il corso discutendo le teoria classica, in particolare le trasformate di Hilbert e di Riesz, che sono operatori di convoluzione, il cui studio ha origine nella teoria delle funzioni analitiche e del laplaciano. Per sviluppare la teoria sarA necessario introdurre alcune nozioni, come gli spazi di Lebesgue, l'operatore massimale di Hardy e Littlewood e la teoria dell'interpolazione reale. Inoltre dovremo considerare la decomposizione di CalderA3n-Zygmund, che A lo strumento indispensabile per ottenere stime in spazi di Lebesgue con esponenti diversi da 2.

A questo punto considereremo operatori piA1 generali di quelli definiti per convoluzione. Per farlo definiremo lo spazio BMO delle funzioni a oscillazione media limitata, studiandone le principali proprietA. Passeremo quindi ad enunciare il Teorema T1, la cui dimostrazione richiede l'introduzione di alcuni strumenti, tra i quali il Lemma di Cotlar e le misure di Carleson.

Se rimarrA tempo potremmo infine discutere qualche altro modello dell'analisi armonica. Questi modelli sono basati sugli sviluppi nei polinomi ortogonali classici e sono pertanto importanti in fisica classica e quantistica. In particolare vorremmo studiare le trasformate di Riesz e piA1 in generale integrali singolari associati a questi sviluppi.

**Modalita' di esame :**

esame orale

**Testi di riferimento :**

Stein, Elias M., Singular integrals and differentiability properties of functions Elias M. Stein. Princeton (N.J.): Princeton university press, 1970  
Stein, Elias M.; Murphy, Timothy S., Harmonic analysis real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals Elias M. Stein with the assistance of Timothy S. Murphy. Princeton (N.J.): Princeton university press, 1993

---

## ANALISI COMPLESSA

(Titolare: Dott. PIETRO POLESELLO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

vedi versione inglese

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

vedi versione inglese

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

vedi versione inglese

**Contenuti :**

vedi versione inglese

**Modalita' di esame :**

vedi versione inglese

**Criteri di valutazione :**

vedi versione inglese

**Testi di riferimento :**

Remmert, Reinhold, *Classical topics in complex function theory* Reinhold Remmert translated by Leslie Kay. New York [etc.]: Springer, 0

Jean-Pierre Schneiders, *Fonctions de Variables Complexes*. Université de Liège: self published, 2010

Rudin, Walter, *Real and complex analysis* Walter Rudin. New York [etc.]: McGraw-Hill, 0

Gamelin, Theodore W., *Complex analysis* Theodore W. Gamelin. New York [etc.]: Springer, 0

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

vedi versione inglese

---

**ANALISI FUNZIONALE 2**

(Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede  
**Aule :** 2BC/45

**Prerequisiti :**

Analisi funzionale. Analisi reale.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Padroneggiare tecniche avanzate di analisi funzionale lineare e non lineare.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Teoria delle distribuzioni.

Teoria dei semigrupp.

Il principio variazionale di Ekeland e applicazioni.

**Modalità di esame :**

Prova orale.

**Criteri di valutazione :**

Maturità matematica e conoscenza della materia.

**Testi di riferimento :**

Chang, Kung-Ching, *Methods in nonlinear analysis* Kung-Ching Chang. Berlin [etc.]: Springer, 0

Lax, Peter, *Functional analysis* Peter D. Lax. New York: Wiley, 0

---

**ANALISI STOCASTICA**

(Titolare: Prof. PAOLO DAI PRA)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in  $\mathbb{R}^d$ , equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso intende fornire una buona conoscenza del moto browniano, dell'integrale stocastico e delle loro applicazioni, da un punto di vista sia teorico che pratico.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali ed esercitazioni.

**Contenuti :**

Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base).

Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale.

Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali.

Martingale a tempo discreto e continuo.

Integrale stocastico: costruzione e proprietà.

Calcolo di  $It\tilde{A}$ : formula di  $It\tilde{A}$ , prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale.

Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di

Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

**Modalità di esame :**

Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

**Criteri di valutazione :**

Alla valutazione finale concorrono, rispettivamente con percentuale di circa 60% e 40%, la prova scritta e la prova orale. Nella prova scritta è richiesta la soluzione di esercizi, sia di natura teorica che applicativa. Nella prova orale l'enfasi è posta su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

**Testi di riferimento :**

Karatzas, Ioannis; Shreve, Steven E., *Brownian motion and stochastic calculus*. New York [etc.]: Springer, 0

Baldi, Paolo, *Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni*. Bologna: Pitagora, 2000

---

**ANELLI E MODULI**

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti :**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalità di esame :**

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento :**

B.B Stentrom, Rings of quotients. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, An Introduction to Homological Algebra. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, An introduction to Homological Algebra. New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

## CALCOLO DELLE VARIAZIONI

(Titolare: Prof. DAVIDE VITTONI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

I corsi di Analisi 1 e 2 e di Analisi Reale

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo studente sar  tenuto ad acquisire le conoscenze di base della Teoria Geometrica della Misura e del Calcolo delle Variazioni classico.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali alla lavagna

**Contenuti :**

Introduzione alle Teoria Geometrica della Misura: misure di Hausdorff, insiemi rettificabili, formule di area e coarea, funzioni BV e insiemi di perimetro finito e loro propriet  fini

Introduzione al Calcolo delle Variazioni classico: metodo diretto, equazione di Eulero-Lagrange, applicazioni.

Sono previsti ulteriori approfondimenti ed applicazioni, che verranno decisi anche in base agli interessi dell'uditorio.

**Modalità di esame :**

Da decidere

**Criteri di valutazione :**

Dovr  essere accertata la padronanza dei principali argomenti trattati nel corso.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Il materiale di riferimento verr  segnalato durante il corso

## COMPLEMENTI DI ANALISI NUMERICA

(Titolare: Prof. CLAUDE BREZINSKI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze di base di calcolus, algebra lineare e analisi numerica.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Scopo del corso   introdurre gli studenti a alcuni recenti sviluppi

dell'analisi numerica (in particolare a quelli legati all'approssimazione e all'algebra lineare numerica), fornendo le basi per affrontare tali

tematiche. Saranno discusse anche alcune applicazioni

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso consisterà di 48 lezioni.

**Contenuti :**

1. Formal orthogonal polynomials
  - Definition
  - Algebraic properties
  - Recurrence relation
  - Adjacent Families
2. Padé approximation
  - Definition and algebraic properties
  - Padé-type approximants
  - Connection to formal orthogonal polynomials
  - Recursive computation
  - Connection to continued fractions
  - Some elements of convergence theory
  - Applications
3. Krylov subspace methods
  - Definition
  - Lanczos method
  - Recurrence relations
  - Implementation
4. Extrapolation methods
  - Sequence transformations and convergence acceleration
  - What is an extrapolation method?
  - Various extrapolation methods
  - Vector sequence transformations
  - Applications
    - i. Treatment of the Gibbs phenomenon
    - ii. Web search
    - iii. Estimation of the error for linear systems
    - iv. Regularization of linear systems
    - v. Estimation of the trace of matrix powers
    - vi. Acceleration of Kaczmarz method
    - vii. Fixed point iterations
    - viii. Computation of matrix functions

**Modalità di esame :**

L'esame finale consisterà in un test scritto sugli argomenti del corso e un piccolo progetto di ricerca.

**Criteri di valutazione :**

Gli studenti dovranno dimostrare padronanza con gli argomenti del corso, sia dal punto di vista teorico che da quello algoritmico.

**Testi di riferimento :**

Brezinski, Claude, *Padé-Type Approximation and General Orthogonal Polynomials*. C. Brezinski. Basel: Birkhauser, 1980

Brezinski, Claude; Redivo Zaglia, Michela, *Extrapolation methodstheory and practice* Claude Brezinski, Michela Redivo Zaglia.

Amsterdam <etc.>: North-Holland, 1991

C. Brezinski, *Projection Methods for Systems of Equations.* : North-Holland, Amsterdam, 1997

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Lecture notes will be provided to the students.

## CRITTOGRAFIA

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Gli argomenti dei corsi di Algebra, Analisi I.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo scopo del corso è quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezione frontale.

**Contenuti :**

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve.  
Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric

methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

**Modalita' di esame :**

Scritto

**Criteri di valutazione :**

Durante la prova scritta lo studente dovrà rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verrà assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

**Testi di riferimento :**

A. Languasco e A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Utilizzeremo i seguenti testi:

- 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian).
- 2) N.Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1994.
- 3) R.Crandall, C.Pomerance, - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005.
- 4) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994

## EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARTINO BARDI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede, via Trieste 63  
**Aule :** aula 2AB45

**Prerequisiti :**

Calcolo differenziale e integrale in  $\mathbb{R}^n$  variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso ha lo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarita' e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali di tipo Hamilton-Jacobi; di introdurlo alla teoria elementare dei giochi e a quella dei giochi differenziali.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente.

**Contenuti :**

1a parte:

- Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni.
- Il metodo delle caratteristiche.
- Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax.
- Introduzione alle soluzioni di viscosita'  $\tilde{A}$ : buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy.
- Introduzione alla teoria del controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali.

2a parte:

- Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze.
- Giochi a N persone: equilibri di Nash.
- Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback.
- Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore.
- Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore.

**Modalita' di esame :**

Prova orale.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacita' di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

**Testi di riferimento :**

L.C. Evans, Partial Differential Equations. Providence: A.M.S., 1998

M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations. Boston: Birkhauser, 1997

E.N. Barron, Game theory. Hoboken: Wiley, 2008

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Vengono indicati tre testi di riferimento.

## FISICA MODERNA

(Titolare: Prof.ssa ORNELLA PANTANO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 56A+8E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscere i fondamenti di Fisica Classica relativi agli ambiti di Meccanica, Elettromagnetismo e Termodinamica.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso ha come obiettivo l'apprendimento delle idee fondamentali alla base dello sviluppo della fisica moderna anche in relazione alla loro evoluzione storica. Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere le idee fondamentali, in particolare della relativita' e della fisica

quantistica, e gli esperimenti cruciali che hanno portato allo sviluppo della Fisica Moderna. Dovrà inoltre aver appreso i modelli teorici di base e dovrà saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in contesti astrofisici o di alte energie.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

La metodologia di insegnamento prevede lezioni frontali, lavori di gruppo per approfondire alcuni temi del corso, uscite didattiche alla sezione di Fisica Moderna del Museo di Storia della Fisica e/o ai Laboratori Nazionali di Legnaro.

**Contenuti :**

FISICA MODERNA

Prima parte: Introduzione alla Relatività

Docente: Ornella Pantano

Trasformazioni di Galileo e relatività galileiana. Elettromagnetismo e relatività galileiana. Esperimento di Michelson-Morely. I postulati della teoria della Relatività speciale. Relatività della simultaneità. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi. Trasformazioni di Lorentz. Invarianza dell'intervallo spazio-temporale. Coni luce e causalità. Composizione delle velocità. Tempo proprio e paradosso dei gemelli. Equivalenza massa energia. Relazione tra quantità di moto ed energia. Particelle di massa nulla. Urti e decadimenti. Cenno al formalismo covariante.

Il principio di equivalenza. Il principio di Relatività generale. Deformazione dello spazio-tempo e deviazione dei raggi di luce in presenza di gravità. Buchi neri. Cenno alla struttura matematica della Relatività generale. La geometria dell'Universo e i modelli cosmologici.

Seconda parte: Introduzione alla Meccanica quantistica

Docente:

Particelle e onde classiche e la crisi di inizio '900. Effetto fotoelettrico e fotoni. Effetto Compton. Ipotesi di de Broglie e esperimento di Davisson e Germer. Esperimento delle due fenditure per particelle e onde classiche e per particelle quantistiche. Le idee base : funzione d'onda, interpretazione probabilistica e principio di indeterminazione di Heisenberg. Radici storiche della meccanica quantistica. Corpo nero e ipotesi di Planck. Radiazione cosmica di fondo. Modello atomico di Thompson e esperimento di Rutherford. Spettroscopia dell'idrogeno e modello di Bohr. Equazione di Schroedinger. Cenni alla struttura matematica della meccanica quantistica: operatori e autovalori. Effetto tunnel e radioattività. Quantizzazione dell'energia nella buca di potenziale e del momento angolare, stabilità della materia. Spin. Particelle quantistiche identiche. Principio di esclusione di Pauli e impenetrabilità della materia. Tavola periodica.

**Modalità di esame :**

L'esame prevede una prova orale sui temi trattati nel corso e la presentazione di un lavoro scritto di approfondimento su uno dei temi affrontati.

**Criteri di valutazione :**

Il candidato dovrà dimostrare di conoscere gli argomenti di fisica moderna trattati nel corso e di saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in ambito astrofisico o delle alte energie.

Sarà valutato positivamente la padronanza dei modelli teorici e la conoscenza della loro evoluzione storica, la capacità di valutare in quali ambiti e sotto quali condizioni i modelli e le teorie di fisica classica non sono applicabili e la capacità espositiva.

**Testi di riferimento :**

Arthur Beiser, *Concepts of Modern Physics*. : McGraw-Hill, 2003

B. Schultz, *A First Course in General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009

G. Carlo Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio*. : Saggiatore, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Durante il corso saranno forniti appunti del corso, testi scritti o link per approfondire alcuni degli argomenti trattati. La bibliografia di riferimento è da considerarsi di consultazione e saranno indicati durante il corso le parti di interesse in relazione agli argomenti trattati.

## FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO)

**Periodo:** 1 anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni in lingua inglese.

**Contenuti :**

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel polidisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analiticità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime  $L^2$  nel problema Neumann

**Modalità di esame :**

esame orale.

**Testi di riferimento :**

L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables*. : North-Holland, 1990

A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex*. : CRC Press, 1991

S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables*. : AMS/IP, 2001



# GEOMETRIA ALGEBRICA 1

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

## Prerequisiti :

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

## Conoscenze e abilita' da acquisire :

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

## Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

class and homeworks

## Contenuti :

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

## Modalita' di esame :

There will be a written examination

## Criteri di valutazione :

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

## Testi di riferimento :

Hartshorne, Algebraic Geometry. New York-berlin: Springer, 1977

## Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

we will indicate some books and preprints.

# GEOMETRIA DIFFERENZIALE

(Titolare: Prof. FRANCESCO BOTTACIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

## Prerequisiti :

Conoscenze basilari di analisi matematica, algebra lineare, geometria euclidea e topologia.

## Conoscenze e abilita' da acquisire :

Calcolo differenziale e integrale sulle varieta' differenziabili.

## Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Distribuzione di fogli di esercizi da risolvere per casa.

## Contenuti :

Varieta' differenziabili, sottovarieta', morfismi tra varieta'.

Spazio tangente, il teorema di Frobenius.

Fibrati vettoriali: il fibrato tangente (campi di vettori), il fibrato cotangente (1-forme), fibrati tensoriali (campi tensoriali).

Forme differenziali. L'algebra esterna.

Integrazione di forme differenziali.

Il teorema di Stokes.

Connessioni su fibrati vettoriali, curvatura.

Metriche. Geometria (pseudo)riemanniana.

Gruppi e algebre di Lie (proprietà basilari).

## Modalita' di esame :

Prova scritta seguita da una prova orale.

## Criteri di valutazione :

La valutazione del livello di apprendimento dello studente si basa sul risultato della prova scritta, integrata dalla valutazione ottenuta nella prova orale.

## Testi di riferimento :

M. Abate, F. Tovena, Geometria Differenziale. : Unitext, Springer-Verlag Italia, 2011

G. Gentili, F. Podesta', E. Vesentini, Lezioni di Geometria Differenziale. : Bollati Boringhieri, 1995

# INTRODUZIONE AI PROCESSI STOCASTICI

(Titolare: Prof. CARLES ROVIRA ESCOFET)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 64A; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Statistica

## Prerequisiti :

Un corso di base in teoria della probabilita'

## Conoscenze e abilita' da acquisire :

Buona conoscenza della teoria dei processi di Poisson e dei processi di Markov a tempo continuo. Abilita' a risolvere anche problemi avanzati ed esercizi relativi a questi processi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

32 ore di teoria e 32 ore di esercizi

**Contenuti :**

Definition and properties of a stochastic process.

A discrete example: the Branching Process.

Poisson process: main properties and applications. Extensions to other Point Processes.

Continuous-time Markov Processes: definition and basic properties.

Queueing Theory: basic examples and main results.

Renewal Theory: definitions, main properties and examples.

**Modalità di esame :**

Eseme scritto

**Criteri di valutazione :**

Homeworks (10%) - Esame finale (90%)

**Testi di riferimento :**

Resnick, Sidney I., *Adventures in stochastic processes* Sidney Resnick. Boston etc.!: Birkhauser, 0

---

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede

**Prerequisiti :**

Corsi di Algebra 1 e Algebra 2.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Questo è un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti :**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, rappresentazioni di gruppi, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalità di esame :**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione :**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento :**

Alberto Facchini, *Introduction to Ring and Module Theory*. Padova: Libreria Progetto, 2013

---

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Contenuti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Modalità di esame :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Criteri di valutazione :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

CONTENUTO NON PRESENTE

# INTRODUZIONE ALLE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

(Titolare: Prof. FABIO ANCONA)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

## Prerequisiti :

Calcolo integrale e differenziale.

Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie.

Nozioni di base di analisi complessa (funzioni di variabile complessa, funzioni olomorfe e analitiche).

Trasformata di Fourier.

## Conoscenze e abilità da acquisire :

Nozioni basilari di teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

## Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

La metodologia d'insegnamento utilizzata sarà la lezione frontale.

## Contenuti :

Piano didattico:

- Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprietà, principio del massimo. Equazione di Poisson. Metodo di Perron.
- Principio del massimo per operatori ellittici degeneri.
- Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione. Unicità e regolarità delle soluzioni.
- Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, unicità, velocità finita di propagazione.

## Modalità di esame :

L'esame consiste di una prova orale.

La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio.

## Criteri di valutazione :

I criteri adottati saranno i seguenti:

- chiarezza e rigore dell'esposizione di enunciati e teoremi
- completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione
- capacità di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

## Testi di riferimento :

L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edition. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2010

W. A. Strauss, *Partial Differential Equations. An Introduction*. New York: Wiley, 1992

S. Salsa, *Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory*. Springer: Milano, 2015

# LOGICA MATEMATICA 2

(Titolare: Prof.ssa MARIA EMILIA MAIETTI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

## Prerequisiti :

E' caldamente suggerito, ma non strettamente necessario, aver seguito un corso di introduzione alla logica matematica.

## Conoscenze e abilità da acquisire :

Potenzialità e limiti teorici del concetto di dimostrazione formale.

Differenze tra ragionamento classico e costruttivo.

Introduzione alla teoria della dimostrazione in logica e matematica costruttiva e sue applicazioni computazionali.

## Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Si intende sollecitare la partecipazione attiva di ogni studente, allo scopo di mettere in moto la sua visione critica, oltre che l'apprendimento nozionistico. Quindi le lezioni tradizionali saranno accompagnate da discussioni in aula, da esercizi da svolgere personalmente e da approfondimenti a scelta su temi concordati con il docente su articoli relativi ai temi del corso.

## Contenuti :

Calcolo dei sequenti per logica classica predicativa.

Calcolo dei sequenti per logica intuizionista predicativa.

Algoritmo di decisione per la logica intuizionista proposizionale.

Prova costruttiva del teorema di eliminazione taglio di Gentzen per entrambi i calcoli.

Aritmetica di Peano.

Aritmetica di Heyting.

Differenze tra aritmetica di Peano e di Heyting in termini di Tesi formale di Church e assioma di scelta.

Richiami dei teoremi di incompletezza di Goedel e confronti

tra prova per l'aritmetica classica e costruttiva.

Semantica della realizzabilità (calcolabilità) per l'aritmetica di Heyting.

Breve inquadramento in teoria delle categorie e logica categoriale dei risultati di teoria delle dimostrazioni trattati precedentemente.

## Modalità di esame :

A scelta tra una di queste tre opzioni:

1. orale su tutto il materiale del corso;
2. scritto su tutto il materiale del corso;
3. relazione orale su tema approfondito in accordo con il docente e presentazione delle soluzioni di esercizi assegnati a lezione.

**Criteria di valutazione :**

Capacita' dello studente di utilizzare i concetti appresi durante il corso in modo personale. Capacita' di svolgere alcuni semplici esercizi, come applicazione dei concetti appresi e delle loro principali proprieta'.

**Testi di riferimento :**

A. S. Troelstra and D. van Dalen, *Constructivism in Mathematics. An Introduction.* : North-Holland, 1988

A. M. Pitts, *Categorical Logic in Handbook of Logic in Computer Science, vol. 5. Algebraic and Logical Structures..* : Oxford University Press, 2000

A. S. Troelstra, H. Schwichtenberg, *Basic Proof Theory.* : Cambridge University Press, 2000

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense del docente, esercizi assegnati in aula e articoli per approfondimenti proposti dal docente.

## MATEMATICHE COMPLEMENTARI

---

(Titolare: Prof. PIERANTONIO LEGOVINI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Algebra e geometria della triennale.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Approfondire argomenti di geometria euclidea classica con uso intensivo delle trasformazioni (per lo piu' similitudini). Si presta attenzione alla loro collocazione storica e ai programmi scolastici delle scuole secondarie.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali ed esercitazioni con la partecipazione degli studenti.

**Contenuti :**

Trasformazioni del piano, isometrie, similitudini. Triangoli e loro punti notevoli. Triangolo ortico. Cerchio dei nove punti. Bisettrici, Cerchio di Apollonio Teoremi di Ceva e Menelao. Potenza rispetto a un cerchio. Asse e centro radicale. Un teorema di Eulero. Porisma di Poncelet. Triangolo pedale. Retta di Simson. Lat e angoli: relazioni metriche e trigonometriche. Formule metriche. Punti di Fermat, triangolo di Napoleone Cerchi tritangenti. Coniche come involuppo. Quadrilateri completi. Punto di Miquel. Birapporti. Costruzioni del quarto armonico. Geometria piegando la carta. Soluzione di problemi classici piegando la carta Costruzione di poligoni regolari. Fasci di cerchi. Angolo tra cerchi. Inversione circolare. Applicazioni classiche dell'inversione. Teorema di Feuerbach. Reciprocazione. Dualita' .Coniche.

**Modalita' di esame :**

Scritto e orale.

**Criteria di valutazione :**

La verifica prevede una prova scritta e un colloquio orale.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Maria Ded<sup>2</sup>, *Trasformazioni geometriche, Decibel-Zanichelli.*

Coxeter-Greitzer, *Geometry revisited, MMA.*

George G. Martin, *Transformation Geometry, Springer.*

B. Scimemi, *Geometria Sintetica, CLEUP.*

## MATEMATICHE ELEMENTARI PVS

---

(Titolare: Prof.ssa CINZIA BONOTTO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Matematica di base

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Fornire una maggiore consapevolezza della nozione di teoria assiomatica, prendendo come paradigma la geometria elementare.

Uso consapevole di nuove tecnologie al servizio dell'insegnamento della matematica

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali

**Contenuti :**

Gli Elementi di Euclide. I principi della costruzione euclidea. Il primo libro e il ruolo del V postulato al suo interno. Applicazione parabolica, ellittica ed iperbolica delle aree (libro II). La teoria delle proporzioni e sue applicazioni (libri V e VI). Il metodo di esaurimento (libro X).

Evoluzione storica della questione delle parallele. L'opera di Saccheri. Nascita delle geometrie non euclidee. La geometria iperbolica. La non contraddittorietà della geometria iperbolica. Il modello di Poincaré. Il Programma di Erlangen di F. Klein. Sistemazioni moderne della geometria euclidea. I Grundlagen der Geometrie di D. Hilbert. Il problema della non contraddittorietà della geometria hilbertiana e della indipendenza degli assiomi.

**Modalita' di esame :**

Scritto con eventuale orale

**Criteria di valutazione :**

Verrà valutata la correttezza formale nella dimostrazione di teoremi inerenti ai contenuti del corso e nella discussione delle definizioni e

delle teorie presentate

**Testi di riferimento :**

A. Frajese - L. Maccioni (a cura di), *Gli Elementi di Euclide*. Torino: Unione Tipografico-Editrice Torinese, 1970

E. Agazzi - D. Palladino, *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria*. Brescia: La Scuola, 1998

D. Hilbert, *Fondamenti della Geometria*. Milano: Feltrinelli, 1970

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Oltre ai testi consigliati verranno fornite fotocopie o dispense

## MECCANICA HAMILTONIANA

(Titolare: Prof. ANTONIO PONNO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Fisica (Ord. 2014)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze della meccanica hamiltoniana di base, a livello del corso di meccanica analitica (terzo anno, laurea in fisica).

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Lo studente, al superamento della prova di profitto, avra' acquisito conoscenze tali da metterlo in grado di comprendere alcuni articoli originali sugli argomenti trattati nel corso.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso viene erogato tramite lezioni frontali alla lavagna.

**Contenuti :**

- SISTEMI HAMILTONIANI.

Proprieta' generali. Strutture di Poisson ed estensione del formalismo canonico. Formalismo lagrangiano e hamiltoniano per sistemi infinito-dimensionali. Equazioni alle derivate parziali lineari e non lineari di interesse per la fisica.

- APPROCCIO PROBABILISTICO.

Problema ergodico. Caratterizzazione dei sistemi ergodici e dei sistemi mescolanti. Ricorrenza. Equazione di Liouville e sue proprieta'. Equazioni stocastiche di tipo Langevin ed equazione di Fokker-Planck.

Deduzione della legge di Gibbs.

- APPLICAZIONI.

Il problema di Fermi-Pasta-Ulam

**Modalita' di esame :**

Esame scritto sul programma del corso.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione dello studente si basera' sulla verifica di comprensione degli argomenti "astratti" e sulla conseguente capacita' di risolvere eventuali esercizi.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Le dispense del docente coprono la maggior parte degli argomenti trattati a lezione.

## MECCANICA SUPERIORE

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti :**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varieta' Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varieta' simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varieta' simplettiche.

Parametrazioni locali e globali delle sottovarieta' Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-H\''ormander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di

Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varieta' Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalita' di esame :**

Scritto.

**Criteri di valutazione :**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento :**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics.* : Birkhäuser, 1994

ArnolĖd, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics.* Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, *Introduction to symplectic topology.* : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, *Elementary Symplectic Topology and Mechanics.* : Springer Verlag, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

F. Cardin: *Elementary Symplectic Topology & Mechanics*, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

## METODI NUMERICI PER L'ANALISI DEI DATI

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano:

- le nozioni di base del calcolo numerico;
- conoscenza generale dell'analisi matematica;
- i concetti fondamentali di probabilità e statistica;
- una competenza di base nella programmazione al calcolatore.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Le conoscenze ed abilità che lo studente avrà acquisito al superamento della prova di profitto riguardano:

- un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica;
- la capacità di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet;
- un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati;
- la capacità di progettare, implementare e verificare sperimentalmente algoritmi numerici al calcolatore;
- la capacità di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che è parte fondamentale del percorso di apprendimento.

Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

**Contenuti :**

Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici.

Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-frequenza. Introduzione alla trasformata wavelet.

Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD).

Problemi ai minimi quadrati: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprietà statistiche della soluzione. Varianti: forma ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares.

Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici.

Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov.

Metodi numerici per la stima dei parametri di un modello che rappresenti l'andamento dei dati nel caso di modello di regressione lineare statica, lineare dinamica (ARMA e nello spazio degli stati) e nel caso nonlineare delle reti neurali.

Analisi di serie storiche.

Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman).

Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

**Modalità di esame :**

L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al calcolatore.

**Testi di riferimento :**

F. Marcuzzi, *Analisi dei dati mediante modelli matematici.* : , 2013

## METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARIO PUTTI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze di base di *Analisi Matematica 1 e 2*, con elementi di equazioni differenziali. *Calcolo Numerico e Algebra lineare*. Le esercitazioni richiederanno conoscenze elementari di programmazione in *Matlab*.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso affronterà metodi di calcolo scientifico per la soluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate parziali. Il corso fornirà inoltre molti degli strumenti necessari alla risoluzione efficace dei sotto-problemi che appaiono in questo contesto (equazioni differenziali ordinarie, sistemi di equazioni lineari e non). Le esercitazioni all'elaboratore forniranno agli studenti le competenze necessarie per l'implementazione degli algoritmi trattati.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Laboratorio di calcolo. Gli aspetti teorici della materia verranno affrontati alla lavagna. Gli aspetti pratici di implementazione e uso degli algoritmi verranno studiati al computer.

**Contenuti :**

Equazioni differenziali ordinarie - Generalità, Esistenza e unicità della soluzione. Metodi discreti - Metodi ad un passo, metodi di Runge-Kutta, ordine, convergenza; Metodi multistep, ordine, convergenza. Problemi stiff - stabilità lineare, metodi impliciti, implementazione, L-stabilità; Metodi semi-impliciti, metodi di tipo Rosenbrock.

Caratterizzazione delle PDE. Principali problemi modello usati nella pratica. Equazioni ellittiche: formulazione debole; formulazione FEM; spazi di Hilbert; condizioni al contorno di Dirichlet e di Neumann. Formulazione astratta del problema FEM: norma energia, discretizzazione, stime dell'errore, regolarità della soluzione. Equazioni paraboliche: discretizzazioni in spazio-tempo. Stime dell'errore per i metodi di Eulero e di Crank-Nicolson. Applicazioni a problemi nonlineari.

**Modalità di esame :**

Esame orale con discussione degli elaborati delle esercitazioni.

**Criteri di valutazione :**

30% elaborati di Laboratorio

70% discussione orale

**Testi di riferimento :**

Hairer, E., Wanner, G., *Solving ordinary differential equations. II. Stiff and differential-algebraic problems. Second revised edition.* Berlin: Springer, 2010

Hairer, E., Nørsett, S. P.; Wanner, G., *Solving ordinary differential equations. I. Nonstiff problems. Second edition.* Berlin: Springer, 1993

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Saranno messe a disposizione degli studenti dispense in lingua inglese su gran parte o tutto il materiale trattato

## METODI STOCASTICI PER LA FINANZA

(Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI)

**Periodo:**

1 anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:**

Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:**

32A+24E; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

None

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

The course presents some important models that are typically used in the banking industry.

The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

**Contenuti :**

The pricing problem in the binomial models

Risk neutral pricing in the discrete time world

European and American options in the binomial model.

Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time.

Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula.

Black&Scholes via PDE and via Girsanov.

Hedging and completeness in the Black&Scholes framework.

Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time.

Put Call parity, dividends and static vs dynamic hedging.

The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios.

Barrier options pricing in the Black&Scholes model.

Quantum option pricing in the Black&Scholes model.

Multi asset markets, pricing and hedging.

Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model.

Incomplete markets: quadratic hedging.

Smile and skew stylized facts.

Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility.

The Heston model.

Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks.

Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models.

Cap&Floor pricing in the short rate approaches. The pricing of swaptions.

Forward rate models: HJM approach, the drift condition and BGM models.  
Change of numeraire and Forward Risk Neutral measure.  
LIBOR and Swap models.

**Modalita' di esame :**

Final examination based on: Written and oral examination.

**Criteri di valutazione :**

Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

**Testi di riferimento :**

T. Bjork, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, Second Edition, 2004

D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance.. : Cambridge University Press., 2000

J. Hull, Options, Futures and Other Derivatives. : Pearson, 8th edition, 2012

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Lecture notes and reference books will be given by the lecturer.

---

## RICERCA OPERATIVA

(Titolare: Prof. FRANCESCO RINALDI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basic knowledge in linear programming theory

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Learning:

- how to build and use mathematical models for decision support
- how to use software tools for optimization

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

- Lessons, including exercises
- Lab lessons

**Contenuti :**

- Basics of linear programming
- Integer linear programming models
- Methods for integer linear programming  
(branch-and-bound, cutting planes, column generation)
- Totally unimodular matrices.
- Nonlinear programming models
- Methods for nonlinear programming
- Software tools for optimization

**Modalita' di esame :**

- Lab project
- Written exam
- Oral exam (optional)

**Criteri di valutazione :**

The student has to prove his/her understanding of the theoretical results and the algorithms presented in the course, and his/her capability to solve exercises.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

- Notes written by the lecturer
- Books:
  - M. Fischetti, Lezioni di Ricerca Operativa, Edizioni Libreria Progetto.
  - L. Grippo, M. Sciandrone, Metodi di ottimizzazione per la programmazione non vincolata, Springer.

---

## SISTEMI DINAMICI

(Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO')

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00 CFU



**Prerequisiti :**

Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Una prima parte del corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varietà stabili etc. Ci si focalizzerà quindi sulla differenza fra integrabilità e, nel caso iperbolico, caoticità. Il corso è completato da esercitazioni numeriche al calcolatore.

Lo studente acquisirà conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e svilupperà una capacità di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorirà tale apprendimento.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento a piccoli gruppi di lavori numerici.

**Contenuti :**

1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione ai punti fissi. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale.
2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; equazione alle variazioni; stabilità: matrice di monodromia. Applicazioni.
3. Integrabilità. Invarianza di un'equazione differenziale sotto un'azione di gruppo, riduzione. Simmetrie dinamiche. Teorema di integrabilità di Bogoyavlenskij. Applicazioni.
4. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varietà stabile.
5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing.
6. Esponenti di Lyapunov.
7. Esperimenti numerici sulle equazioni differenziali.

**Modalità di esame :**

Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati (per lo più numerici) assegnati durante il corso. All'orale possono anche essere richiesti esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Verrà valutata la conoscenza della materia e la qualità e comprensione degli elaborati numerici svolti.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in

V.I. Arnold, *Equazioni Differenziali Ordinarie* (MIR, 1979)

M.W. Hirsch e S. Smale, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra* (Academic Press, 1974)

F. Fasso', *Primo sguardo ai sistemi dinamici*. CLEUP

Il programma del corso è coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in

G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici"  
(<http://www.math.unipd.it/~benettin/>)

Fra i testi di consultazione si segnala:

E. Zhender, *Lectures on Dynamical Systems* (EMS, 2010)

C. Chicone, *Ordinary Differential Equations with Application* (II ed), Springer.

Il lavoro in laboratorio utilizzerà il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo è opportuna (ma non assolutamente indispensabile).

## SPERIMENTAZIONI DI FISICA PER LA DIDATTICA

(Titolare: Dott.ssa SANDRA MORETTO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32L; 6,00 CFU

**Sede dell'insegnamento :** Laboratorio Didattico, stanza 309 del Polo Didattico di Fisica, via Loredan 10.

**Prerequisiti :**

Conoscenze acquisite nei corsi di base di fisica.

Conoscenze minime di calcolo numerico.

Conoscenze di base di fogli di calcolo.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

- Obiettivi didattici e formativi nel campo delle conoscenze e delle competenze

- Obiettivi di esercizio (all'uso degli strumenti e degli apparati di misura e alle procedure di misura e analisi dei dati):

- 1) capire lo strumento di misura e le sue caratteristiche (risoluzione, portata, errore di zero, scale, ecc.);

- 2) imparare a usare correttamente gli strumenti per ridurre gli errori sistematici e gli "errori di parallasse nella lettura, ecc.);
- 3) imparare a registrare correttamente i dati (cifre significative, incertezza, unit  di misura) ;
- 4) Imparare a raccogliere i dati in tabelle e a rappresentarli in grafici che aiutino a interpretare i risultati (es. decidere gli intervalli per le classi di una distribuzione, le scale per gli assi di un grafico, l'organizzazione delle colonne di una tabella, ecc.)
- 5) imparare a tenere un registro di laboratorio: in cui tutte le misure fatte (anche quelle sbagliate!) vengono annotate in buon ordine, con indicazione della data, delle condizioni sperimentali e con tutti i commenti.
- 6) imparare a lavorare in gruppo;(non solo perch  in molti casi non   possibile eseguire misure o predisporre l'apparato sperimentale da soli, ma anche per l'opportunit  di scambiare idee, discutere, confrontarsi)

#### **Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

  Lezioni frontali introduttive con esperimenti dimostrativi.

  Esperimenti per studiare/verificare una legge fisica.

Sono gli esperimenti che tipicamente si fanno in un laboratorio attrezzato. La legge fisica generalmente   gi  nota. Possono per  essere svolti anche come introduzione o preparazione alla legge. Hanno valenze didattiche prevalenti per la misura, l'analisi dei dati, la formalizzazione a posteriori e per gli aspetti addestrativi in generale.

  Esperimenti dimostrativi.

Sono usati per attirare l'attenzione e stimolare la riflessione su una particolare fenomenologia, prima di iniziare la discussione dettagliata sull'argomento.

  Esperimenti di scoperta.

Sono esperimenti che hanno la caratteristica di stimolare l'interesse e la curiosit  e quindi di trascinare a trovare spiegazioni, chiarendo cos' , generalmente a livello solo qualitativo, i concetti fisici coinvolti

  Esperimenti con oggetti o fenomeni della vita di tutti i giorni.

Partono dalla conoscenza e memoria di cose familiari e ben note, o che si crede di conoscere bene, e che si   abituati a descrivere con il linguaggio quotidiano. Aiutano a sviluppare il "pensiero critico" e il passaggio dal linguaggio quotidiano a quello scientifico.

  Uso del computer nel laboratorio di fisica.

Simulazioni: costruzione di vari tipi di simulazioni per osservare fenomeni altrimenti inaccessibili (troppo costosi, infattibili o pericolosi). Il computer pu  poi essere usato sia per l'analisi dei dati che per la raccolta on-line di dati di un esperimento, mediante opportuni sensori e interfacce di collegamento al computer. Sono utili in particolare per raccogliere dati che variano molto rapidamente o molto lentamente nel tempo

#### **Contenuti :**

Si affronteranno diversi nuclei tematici di fisica, per esempio:

  Studio del moto di un corpo su guida rettilinea: acquisizione on-line della distanza mediante sonar, grafici temporali della distanza, velocit  ed accelerazione, studio dell'attrito, misura dell'accelerazione di gravit  . Analisi degli errori.

  Ottica geometrica: leggi della riflessione e della rifrazione. Le propriet  delle lenti loro applicazione nella costruzione di un cannocchiale

  Esperimenti con le onde: generazione e propagazione di onde in un liquido. Misura della lunghezza d'onda. Riflessione e rifrazione di onde piane. Fenomeni di interferenza e diffrazione.

  Analisi delle caratteristiche ondulatorie della luce con esperimenti di diffrazione e interferenza con luce laser. Analisi di dati e confronti con il modello teorico.

  Conservazione e trasformazione dell'energia. Studio e analisi di fenomeni termici. Esperimenti relativi al I principio della termodinamica. Cambiamenti di stato.

  Fenomeni elettrici e magnetici. Campo magnetico generato da una corrente elettrica. Studio dell'induzione elettromagnetica.

  Sviluppo di un progetto didattico.

#### **Modalit  di esame :**

Struttura della verifica di profitto :

Scritta, Orale

La verifica dell'apprendimento prevede un elaborato scritto sugli esperimenti svolti nel laboratorio, e la compilazione di un quaderno di laboratorio

La prova orale consiste di una presentazione di un progetto didattico.

#### **Criteri di valutazione :**

L'espressione di un giudizio di competenza sar  classificato secondo tre grandi ambiti specifici: quello relativo ai risultati ottenuti nello svolgimento di un compito o nella realizzazione del prodotto(oggettivo); quello relativo alla percezione che lo studente ha del suo lavoro (soggettivo); quello relativo a come lo studente   giunto a conseguire tali risultati (intersoggettivo).

Le tre prospettive di analisi indicate richiedono strumentazioni differenti, da integrare e comporre in un disegno valutativo plurimo e articolato. Ciascuna di esse utilizzer  dispositivi differenti per essere rilevata e compresa.

In particolare:

Dimensione oggettiva: svolgimenti di compiti operativi, come elaborazioni sugli esperimenti svolti.

Dimensione soggettiva: forme di autovalutazione, con strumenti quali diario di bordo, questionari, ecc.

Dimensione intersoggettiva: protocolli di osservazione, commenti, interazioni tra pari, analisi del comportamento sul "campo".

#### **Testi di riferimento :**

S.R. Singer, M.L. Hilton, and H.A. Schweingruber, America's Lab Report: Investigations in High School Science.. : Washington, DC: The National Academies Press. , 2006

A. B. Aarons, Guida all'insegnamento della Fisica. : Zanichelli Editore, 1995

M. Michelini, L. Santi, R. M. Sperandeo, Proposte didattiche su forze e movimento. : Forum Editrice Universitaria Udinese Srl, 2002

#### **Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Verr  fornito del materiale durante il corso, strutture di relazioni o di acquisizioni dati, esempi di percorsi didattici. In pi  verranno segnalati le risorse online dedicate alle varie tematiche di fisica affrontate.

## **TEORIA DEI NUMERI 1**

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI)

**Periodo:** l'anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiarità con le funzioni di una variabile complessa.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi. Teoria di Galois e di Hilbert. La legge di reciprocità quadratica. Teoria di Minkowski. Determinazione del gruppo di classi e del gruppo delle unita in casi semplici. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

I compiti saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli esercizi proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà valutare la capacità espositive dello studente.

L'esame orale finale consiste in una lezione da svolgere in sede separata su argomento di livello più elevato.

**Contenuti :**

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione.
6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unita).
11. Simboli di Hilbert (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1 Cap. 2).
12. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1).

Tutto il materiale si trova comunque nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. Il nostro programma essenziale consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. Le dimostrazioni analitiche nel capitolo 5 non saranno richieste.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

**Modalità di esame :**

Si proporranno 3 compiti scritti durante il corso.

Il loro scopo è di verificare la comprensione delle lezioni passo-passo.

Un esame scritto finale sarà proposto a chi non ha superato i compiti o non è soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale è riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione :**

Si apprezzerà e valuterà sia l'impegno di studio che l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

**Testi di riferimento :**

Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online. Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale.

## TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA)

**Periodo:** 1 anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di teoria algebrica dei numeri e teoria di Galois.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Introduzione alle rappresentazioni p-adiche di corpi locali e teoria di Fontaine.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali in lingua inglese.

**Contenuti :**

- 1) la teoria della ramificazione per estensioni finite, Galois  $K/L$ , dove  $K, L$  sono campi locali (referenza J.-P. Serre, Corps Locaux/Local Fields).
- 2) rappresentazioni p-adiche di  $G_K$ , dove  $K$  è un campo locale p-adico.
- 3) rappresentazioni p-adiche di  $G_K$ , (per  $K$  un campo locale p-adico) che sono  $C_p$ -admissibili (referenza J. Tate, p-Divisible groups).
- 4) Il funtore di Fontaine  $D_{\{HT\}}$ .

**Modalita' di esame :**

Esame scritto/orale.

**Testi di riferimento :**

J.P. Serre, *Corps locaux / Local Fields.* : Hermann / Springer,

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Ulteriori materiali di studio saranno indicati durante il corso.

---

**TEORIA DELL'APPROSSIMAZIONE E APPLICAZIONI**

---

(Titolare: Prof. STEFANO DE MARCHI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Il corso richiede le conoscenze acquisite nei corsi di base di Calcolo Numerico e di Analisi Numerica. E' utile aver seguito un corso di Analisi Funzionale. Si assume la conoscenza della programmazione in Matlab.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Analisi di problemi di approssimazione univariati e multivariati con funzioni polinomiali e funzioni radiali di base. Applicazioni all'interpolazione e alla quadratura. Stime d'errore in varie norme. Soluzione di problemi test con l'uso di Matlab.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso si articola in lezioni frontali in aula (48h) e lezioni di laboratorio informatico in Matlab (16h).

**Contenuti :**

Il corso si articola in 2 parti teoriche ciascuna di 24h di lezione frontali, in tutto 48h, pari a 6CFU. Sono quindi previste 16h di laboratorio pari a 1CFU.

PRIMA PARTE (20h+6h): approssimazione polinomiale

- polinomio di migliore approssimazione uniforme
- modulo di continuita' e costante di Lebesgue
- distribuzioni quasi ottimali di punti nel caso 1-dimensionale
- punti di Padova per interpolazione e cubatura
- mesh (debolmente) ammissibili.
- applicazioni e laboratorio (6h)

PRIMA PARTE (28h+10h): Funzioni Radiali di Base (RBF)

- dalle splines alle RBF
- funzioni definite positive
- funzioni condizionatamente definite positive
- stime d'errore
- applicazioni e laboratorio (10h)

**Modalita' di esame :**

Scritto con domande di teoria. Si farÃ  poi un orale con discussione delle esercitazioni di laboratorio.

**Criteri di valutazione :**

Lo studente dovrÃ  dimostrare di aver acquisito la conoscenza dei vari argomenti presentati nel corso, sia dal punto di vista teorico ed algoritmico, che dal punto di vista dell'applicazione degli stessi in laboratorio.

Durante i laboratori, sarÃ  necessario dimostrare una relativa sicurezza ed indipendenza nell'uso e nella scrittura di programmi in Matlab.

**Testi di riferimento :**

Stefano De Marchi, *Lectures on Multivariate Polynomial Interpolation.* : , 2015

Stefano De Marchi, *Four lectures on Radial Basis Functions.* : , 2014

Gregory E. Fasshauer, *Meshfree Approximation Methods with Matlab.* : World Scientific Publishing Co., 2008

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

- Prima parte: appunti del docente (vedasi sotto)
- Seconda parte: vedasi il testo di riferimento di G. Fasshauer e le alcune lectures notes del docente.

---

**TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI**

---

(Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE) Insegnamento non attivato per l'a.a 2015/2016

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** See English version  
**Aule :** Torre Archimede, room 2AB40

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Lo studente apprendera' le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalita' di esame :**

Scritto, dato da una serie di esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

J.P. Serre, *Répresentations Linéaires des Groupes Finis*; (there exists also an English version);

J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer

P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

## TEORIA DELLE FUNZIONI

(Titolare: Prof. PIER DOMENICO LAMBERTI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Teoria della misura e integrale di Lebesgue: definizioni di base, teoremi classici di passaggio al limite sotto il segno di integrale, Teoremi di Tonelli e Fubini, nozioni di base sugli Spazi  $L^p$ .

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Nozione di derivata debole e definizione di spazio di Sobolev su un dominio dello spazio euclideo  $n$ -dimensionale. Teoremi principali della teoria degli spazi di Sobolev: teoremi di approssimazione, rappresentazione integrale, immersione, estensione, traccia. Applicazioni della teoria degli spazi di Sobolev: formulazione debole di un problema differenziale alle derivate parziali con dati al bordo ed esistenza di soluzioni mediante approccio variazionale.

Capacita' di applicare disuguaglianze integrali per analizzare e confrontare norme integrali di funzioni e loro derivate, gestire procedimenti di approssimazione in norma, impostare un problema differenziale in forma debole.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Teoria degli spazi di Sobolev e applicazioni. Preliminari sugli spazi  $L_p$ . Derivate deboli. Spazi di Sobolev standard e loro varianti. Funzioni Lipschitziane e il Teorema di Rademacher. Teoremi di approssimazione. Rappresentazioni integrali. Teoremi di immersione. Stime per le derivate intermedie. Immersioni compatte. Spazi di Besov-Nikolskii. Teoremi di traccia. Teoremi di estensione. Applicazioni: esistenza di soluzioni per i problemi di Poisson e Dirichlet e all'equazione di Helmholtz.

**Modalita' di esame :**

Esame scritto e orale

**Criteri di valutazione :**

Per ottenere un voto finale tra 18 e 23 e' necessario conoscere tutti gli enunciati di tutte le definizioni, teoremi, lemmi e corollari, gli esempi e controesempi principali, e saper risolvere esercizi standard. Per i voti superiori a 23 e' necessario conoscere anche le dimostrazioni di tutte le proposizioni, e avere la capacita' di risolvere esercizi meno ripetitivi.

**Testi di riferimento :**

Victor I. Burenkov, *Sobolev Spaces on domains*. Stuttgart: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft mbH, 1998

## TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

vedi sotto

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abeliane

Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed

Ext.

### *Fasce Abeliane su Spazi Topologici*

Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e  $\otimes$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

### *Coomologia di Fasci*

Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti

$\mathbb{A}^1$  un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

### **Contenuti :**

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti.

I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si  $\mathbb{A}^1$  rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali  $\mathbb{A}^1$  esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

### **Modalità di esame :**

tradizionale

### **Criteri di valutazione :**

esame orale

### **Testi di riferimento :**

Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,

---

## Curriculum: Curriculum Generale

---