



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

SCUOLA DI SCIENZE

Bollettino Notiziario

Anno Accademico 2016/2017

Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Curriculum: Corsi comuni

ATTIVITÀ SEMINARIALE

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

Periodo: Il anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: ; 4,00 CFU

Contenuti :

L'idoneità di 4 cfu della "attività seminariale" prevista per il corso di Laurea Magistrale in Matematica può essere ottenuta dagli studenti in vari modi, indicati nell'apposito regolamento per l'attività seminariale disponibile nel sito web ufficiale del CCS:

<http://matematica.math.unipd.it/>

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

PROVA FINALE

(Titolare: da definire)

Periodo: Il anno, annuale
Indirizzo formativo: Corsi comuni
Tipologie didattiche: ; 36,00 CFU

Prerequisiti :

CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire :

CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti :

CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame :

CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione :

CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

CONTENUTO NON PRESENTE

Curriculum: Corsi comuni

Curriculum: Curriculum ALGANT

ALGEBRA COMMUTATIVA

(Titolare: Dott. MARCO ANDREA GARUTI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

Conoscenze e abilità da acquisire :

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni Intere;

- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali, esercitazioni. Esercizi suggeriti.

Contenuti :

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski sullo spettro primo $\text{Spec}(R)$. $\text{Spec}(R/I)$ come chiuso di $\text{Spec}(A)$. Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed agguinzatura dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kahler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in $\text{Spec}(R)$. Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitzza della dimensione di un anello locale noetheriano.

Modalità di esame :

Un esame scritto obbligatorio per tutti.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento :

Garuti, M.A., *Commutative Algebra Lecture notes*. Padova: , 2015
 Atiyah, Michael Francis; Mac Donald, Ian Grant, *Introduction to commutative algebra*. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0
 Eisenbud, David, *Commutative algebra with a view toward algebraic geometry*. New York [etc.]: Springer, 0
 Ramero, Lorenzo, *Grimoire d'algèbre commutative*. Lille: Les Presses Insoumises, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>
 Altro materiale (esercizi, testi degli esami precedenti) disponibile alla stessa pagina web.

ANALISI COMPLESSA

(Titolare: Dott. PIETRO POLESELLO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

vedi versione inglese

Conoscenze e abilità da acquisire :

vedi versione inglese

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

vedi versione inglese

Contenuti :

vedi versione inglese

Modalità di esame :

vedi versione inglese

Criteri di valutazione :

vedi versione inglese

Testi di riferimento :

Jean-Pierre Schneiders, *Fonctions de Variables Complexes*. Université de Liège: self published, 2010
 Rudin, Walter, *Real and complex analysis*. New York [etc.]: McGraw-Hill, 1986
 Gamelin, Theodore W., *Complex analysis*. New York [etc.]: Springer, 2001

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

vedi versione inglese

ANELLI E MODULI

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

Contenuti :

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sigie di Hilbert.

Modalità di esame :

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

Criteri di valutazione :

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione.

Testi di riferimento :

B.B Stentrom, *Rings of quotients*. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, *An Introduction to Homological Algebra*. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, *An introduction to Homological Algebra*. New York: Universitext Springer, 2009

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

CRITTOGRAFIA

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 40A+8E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Gli argomenti dei corsi di Algebra, Analisi I.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezione frontale.

Contenuti :

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve.

Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

Modalità di esame :

Esame scritto

Criteri di valutazione :

Durante la prova scritta lo studente dovrà rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verrà assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

Testi di riferimento :

A. Languasco e A. Zaccagnini, *Manuale di Crittografia*. Milano: Hoepli, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Utilizzeremo i seguenti testi:

1) A.Languasco, A.Zaccagnini - *Manuale di Crittografia* - Hoepli Editore, 2015. (italian).

- 2) N.Koblitz - *A Course in Number Theory and Cryptography*, Springer, 1994.
3) R.Crandall, C.Pomerance, - *Prime numbers: A computational perspective* - Springer, 2005.
4) B. Schneier - *Applied Cryptography* - Wiley, 1994

FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni in lingua inglese.

Contenuti :

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel poldisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analiticità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime L^2 nel problema Neumann

Modalità di esame :

esame orale.

Testi di riferimento :

- A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex*. : CRC Press, 1991
L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables*. : North-Holland, 1990
S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables*. : AMS/IP, 2001

GEOMETRIA ALGEBRICA 1

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

Conoscenze e abilità da acquisire :

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

class and homeworks (we will use moodle system)

Contenuti :

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

Modalità di esame :

There will be a written examination

Criteri di valutazione :

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

Testi di riferimento :

Hartshorne, *Algebraic Geometry*. New York-berlin: Springer, 1977

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

we will indicate some books and preprints.

GEOMETRIA ALGEBRICA 2

(Titolare: Prof.ssa CARLA NOVELLI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Basi di topologia e algebra commutativa.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni e esercizi proposti.

Contenuti :

Introduzione a varietà affini e proiettive.

Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali.

Singolarità e risoluzione di singolarità. Scoppiamenti.

Introduzione a fasci e coomologia.

Curve razionali e divisori su varietà.

Ampiezza e coni di curve.

Raggi estremali e contrazioni estremali.

Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali.

Varietà di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

Modalità di esame :

Seminario.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento :

Olivier Debarre, *Higher-Dimensional Algebraic Geometry*. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001

Ja'nos Kollár & Shigefumi Mori, *Birational Geometry of Algebraic Varieties*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998

Kenji Matsuki, *Introduction to the Mori Program*. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

Arnaud Beauville, *Complex Algebraic Surfaces (Second Edition)*. London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Sede dell'insegnamento : Torre Archimede

Prerequisiti :

Corsi di \mathbb{C} -Algebra e \mathbb{R} -Algebra.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Questo è un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti :

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su Z . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, rappresentazioni di gruppi, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

Modalità di esame :

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

Criteri di valutazione :

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

Testi di riferimento :

Alberto Facchini, *Introduction to Ring and Module Theory*. Padova: Libreria Progetto, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo "Introduction to ring and module theory, Third edition. Il prezzo è di 10 euro.

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie più importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti :

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

Modalità di esame :

Esame orale. Al candidato sarà chiesto di presentare gli argomenti più importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

Criteri di valutazione :

Verifica sulla apprendimento delle nozioni insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione

Testi di riferimento :

I.M. Isaacs, *Finite group theory*. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

J. Wilson, *Profinite groups*. Oxford: Clarendon Press, 1998

MECCANICA SUPERIORE

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Elementi di base di Analisi e Geometria

Conoscenze e abilità da acquisire :

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti :

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varietà Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varietà simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varietà simplettiche.

Parametrizzazioni locali e globali delle sottovarietà Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-Hörmander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di

Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varietà Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

Modalità di esame :

Scritto.

Criteri di valutazione :

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

Testi di riferimento :

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics*. : Birkhäuser, 1994

Arnol'd, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, *Introduction to symplectic topology*. : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, *Elementary Symplectic Topology and Mechanics*. : Springer Verlag, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

F. Cardin: *Elementary Symplectic Topology & Mechanics*, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

TEORIA DEI NUMERI 1

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiarità con le funzioni di una variabile complessa.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi. Teoria di Galois e di Hilbert. La legge di reciprocità quadratica. Teoria di Minkowski. Determinazione del gruppo di classi e del gruppo delle unità in casi semplici. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

I compiti saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli esercizi proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente sarà offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà così valutare la capacità espositive dello studente.

L'esame orale finale consiste in una lezione da svolgere in sede separata su argomento di livello più elevato.

Contenuti :

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione.

6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unità).
11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1).

Tutto il materiale si trova comunque nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. Il nostro programma essenziale consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. Le dimostrazioni analitiche nel capitolo 5 non saranno richieste.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

Modalità di esame :

Si proporranno 3 compiti scritti durante il corso.

Il loro scopo è di verificare la comprensione delle lezioni passo-passo.

Un esame scritto finale sarà proposto a chi non ha superato i compiti o non è soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale è riservato a chi mira a voti eccezionali.

Criteri di valutazione :

Si apprezzerà e valuterà sia l'impegno di studio che l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

Testi di riferimento :

Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online.

Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale.

TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni di base di teoria algebrica dei numeri e teoria di Galois.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Introduzione alle rappresentazioni p-adiche di corpi locali e applicazioni.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali in lingua inglese.

Contenuti :

- 1) la teoria della ramificazione per estensioni finite, Galois K/L , dove K, L sono campi locali (referenza J.-P. Serre, Corps Locaux/Local Fields).
- 2) rappresentazioni p-adiche di G_K , dove K è un campo locale p-adico.
- 3) rappresentazioni p-adiche di G_K , (per K un campo locale p-adico) che sono C_p -ammissibili (referenza J.Tate, p-Divisible groups).
- 4) Dimostrazione di Dwork delle congetture di Weil.

Modalità di esame :

Esame scritto/orale.

Testi di riferimento :

J.P. Serre, Corps locaux / Local Fields. : Hermann / Springer,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ulteriori materiali di studio saranno indicati durante il corso.

TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

(Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : Torre Archimede
Aule : 2AB40

Prerequisiti :

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involupante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

Modalita' di esame :

Scritto, dato da una serie di esercizi.

Criteri di valutazione :

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

J.P. Serre, *RÃ©presentations LinÃ©aires des Groupes Finis*; (there exists also an English version);

J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer

P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Conoscenze e abilita' da acquisire :

vedi sotto

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale Ã© il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria C si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da C alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abeliene

Lo scopo Ã© di definire e studiare i funtori derivati di un funtore F , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni F -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext.

Fasci Abeliani su Spazi Topologici

Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e $\hat{\otimes}$) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

Coomologia di Fasci

Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti

Ã© un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietÃ© classiche.

Contenuti :

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti.

I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietÃ© globali da proprietÃ© locali. Questo strumento si Ã© rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali Ã© esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

Modalita' di esame :

tradizionale

Criteri di valutazione :

esame orale

Testi di riferimento :

Pierre Schapira, *Algebra and Topology*. : ,

Curriculum: Curriculum Applicativo

Curriculum: Curriculum Applicativo

MECCANICA HAMILTONIANA

(Titolare: da definire)

Periodo: Il anno, 2 trimestre
Indirizzo formativo: Curriculum Applicativo
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento: mutuato dal corso omonimo della Laurea in Fisica: vedi anche bollettino corrispondente.

Prerequisiti:

conoscenze di base di geometria differenziale e di meccanica lagrangiana ed hamiltoniana.

Conoscenze e abilità da acquisire:

Introdurre all'uso di metodi geometrico-gruppali nello studio di simmetrie, leggi di conservazione ed integrabilità dei sistemi meccanici Hamiltoniani.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:

lezioni frontali

Contenuti:

Gruppi di Lie e loro azioni su varietà. Simmetrie e riduzione di equazioni differenziali. Il caso delle varietà simplettiche: azioni Hamiltoniane, mappa momento, riduzione simplettica. Sistemi Hamiltoniani su gruppi di Lie. Integrabilità e teorema di Liouville-Arnold.

Criteri di valutazione:

svolgimento di esercizi, risposta a domande.

Testi di riferimento:

Arnold, *Metodi Matematici della Meccanica Classica* (Editori Riuniti).
Abraham, Marsden: *Foundations of Mechanics II ed.* (Benjamin)
Marsden, Ratiu: *Introduction to Mechanics and Symmetry* (Springer)
Audin: *Torus actions on symplectic manifolds. II edizione* (Birkhauser)
Materiale fornito durante il corso.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: da definire)

Periodo: Il anno, 3 trimestre
Indirizzo formativo: Curriculum Applicativo
Tipologie didattiche: 40A+16E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento: Il corso tace.

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Generale

Curriculum: Curriculum Generale

ALGEBRA COMMUTATIVA

(Titolare: Dott. MARCO ANDREA GARUTI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

Conoscenze e abilità da acquisire :

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni Intere;
- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali, esercitazioni. Esercizi suggeriti.

Contenuti :

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski sullo spettro primo $\text{Spec}(R)$. $\text{Spec}(R/I)$ come chiuso di $\text{Spec}(A)$. Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunta dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kahler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in $\text{Spec}(R)$. Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitzza della dimensione di un anello locale noetheriano.

Modalità di esame :

Un esame scritto obbligatorio per tutti.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento :

Garuti, M.A., Commutative Algebra Lecture notes. Padova: , 2015

Atiyah, Michael Francis; Mac Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0

Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0

Ramero, Lorenzo, Grimoire d'algèbre commutative. Lille: Les Presses Insoumises, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>

Altro materiale (esercizi, testi degli esami precedenti) disponibile alla stessa pagina web.

ANALISI ARMONICA

(Titolare: Prof. STEN OLOF PETER SJOGREN)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Contenuti :

La teoria degli integrali singolari \mathbb{A}^n nata agli inizi del ventesimo secolo nell'ambito dell'analisi complessa. Negli anni cinquanta essa venne estesa agli spazi euclidei di dimensione finita arbitraria, trovando applicazioni nella teoria delle equazioni ellittiche. Fino ai primi anni '80 le stime di questi operatori nello spazio delle funzioni a quadrato sommabile erano basate sull'analisi di Fourier, ma successivamente vennero sviluppate nuove tecniche, in particolare il cosiddetto Teorema T1 e \mathbb{A}^2 permise di estendere la teoria ad ambiti \mathbb{A}^1 generali producendo nuove applicazioni.

Inizieremo il corso discutendo la teoria classica, in particolare le trasformate di Hilbert e di Riesz, che sono operatori di convoluzione, il cui studio ha origine nella teoria delle funzioni analitiche e del laplaciano. Per sviluppare la teoria sarà necessario introdurre alcune nozioni, come gli spazi di Lebesgue, l'operatore massimale di Hardy e Littlewood e la teoria dell'interpolazione reale. Inoltre dovremo considerare la decomposizione di Calderón-Zygmund, che è lo strumento indispensabile per ottenere stime in spazi di Lebesgue con esponenti diversi da 2.

A questo punto considereremo operatori \mathbb{A}^1 generali di quelli definiti per convoluzione. Per farlo definiremo lo spazio BMO delle funzioni a oscillazione media limitata, studiandone le principali proprietà. Passeremo quindi ad enunciare il Teorema T1, la cui dimostrazione richiede l'introduzione di alcuni strumenti, tra i quali il Lemma di Cotlar e le misure di Carleson.

Se rimarrà tempo potremmo infine discutere qualche altro modello dell'analisi armonica. Questi modelli sono basati sugli sviluppi nei polinomi ortogonali classici e sono pertanto importanti in fisica classica e quantistica. In particolare vorremmo studiare le trasformate di Riesz e \mathbb{A}^1 in generale integrali singolari associati a questi sviluppi.

Modalità di esame :

esame orale

Testi di riferimento :

Stein, Elias M., *Singular integrals and differentiability properties of functions* Elias M. Stein. Princeton (N.J.): Princeton university press, 1970

Stein, Elias M.; Murphy, Timothy S., *Harmonic analysis real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals* Elias M. Stein with the assistance of Timothy S. Murphy. Princeton (N.J.): Princeton university press, 1993

ANALISI COMPLESSA

(Titolare: Dott. PIETRO POLESELLO)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

vedi versione inglese

Conoscenze e abilità da acquisire :

vedi versione inglese

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

vedi versione inglese

Contenuti :

vedi versione inglese

Modalità di esame :

vedi versione inglese

Criteri di valutazione :

vedi versione inglese

Testi di riferimento :

Jean-Pierre Schneiders, *Fonctions de Variables Complexes*. Université de Liège: self published, 2010

Rudin, Walter, *Real and complex analysis*. New York [etc.]: McGraw-Hill, 1986

Gamelin, Theodore W., *Complex analysis*. New York [etc.]: Springer, 2001

Ash, Robert B.; Novinger, W. Phil, *Complex variables*. Mineola: Dover publications, 2007

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

vedi versione inglese

ANALISI STOCASTICA

(Titolare: Prof. PAOLO DAI PRA)

Periodo: 1 anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in \mathbb{R}^d , equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso intende fornire una buona conoscenza del moto browniano, dell'integrale stocastico e delle loro applicazioni, da un punto di vista sia teorico che pratico.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali ed esercitazioni.

Contenuti :

Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base).

Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale.

Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali.

Martingale a tempo discreto e continuo.

Integrale stocastico: costruzione e proprietà.

Calcolo di Itô: formula di Itô, prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale.

Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di

Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

Modalità di esame :

Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

Criteri di valutazione :

Alla valutazione finale concorrono, rispettivamente con percentuale di circa 60% e 40%, la prova scritta e la prova orale. Nella prova scritta è richiesta la soluzione di esercizi, sia di natura teorica che applicativa. Nella prova orale l'enfasi è posta su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

Testi di riferimento :

Baldi, Paolo, Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni. Bologna: Pitagora, 2000

Karatzas, Ioannis; Shreve, Steven E., Brownian motion and stochastic calculus. New York [etc.]: Springer, 0

ANALISI SUPERIORE

(Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO)

Periodo: 1 anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU
Sede dell'insegnamento : Torre Archimede
Aule : 2BC/45

Prerequisiti :

Analisi funzionale. Analisi reale.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Padroneggiare tecniche avanzate di analisi funzionale lineare e non lineare.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Complementi di analisi funzionale lineare.

Teoria delle distribuzioni.

Analisi convessa.

Il principio variazionale di Ekeland e applicazioni.

Modalità di esame :

Prova orale.

Criteri di valutazione :

Maturità matematica e conoscenza della materia.

Testi di riferimento :

Grubb, Gerd, Distributions and operators. New York: Springer, 0

Ekeland, Ivar; Temam, Roger, Convex analysis and variational problems. Philadelphia: SIAM, 0

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Le lezioni saranno messe tutte in rete in pdf.

ANELLI E MODULI

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Scopo del corso è di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

Contenuti :

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purità. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

Modalità di esame :

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

Criteri di valutazione :

Verifica sull'apprendimento delle nozioni insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione.

Testi di riferimento :

B.B Stentrom, Rings of quotients. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, An Introduction to Homological Algebra. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, An introduction to Homological Algebra. New York: Universitext Springer, 2009

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

CALCOLO DELLE VARIAZIONI

(Titolare: Prof. ROBERTO MONTI)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

I corsi di Analisi 1 e 2 e di Analisi Reale

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo studente sarà tenuto ad acquisire le conoscenze di base della Teoria Geometrica della Misura e del Calcolo delle Variazioni

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali alla lavagna

Contenuti :

Introduzione alle Teoria Geometrica della Misura: misure di Hausdorff, insiemi rettificabili, formule di area e coarea, funzioni BV e insiemi di perimetro finito e loro proprietà fini

Introduzione al Calcolo delle Variazioni classico: metodo diretto, equazione di Eulero-Lagrange, applicazioni.

Sono previsti ulteriori approfondimenti ed applicazioni, che verranno decisi anche in base agli interessi dell'uditorio.

Modalità di esame :

Da decidere

Criteri di valutazione :

Dovrà essere accertata la padronanza dei principali argomenti trattati nel corso.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Il materiale di riferimento verrà segnalato durante il corso

COMPLEMENTI DI ANALISI NUMERICA

(Titolare: Prof. CLAUDE BREZINSKI)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base di calculus, algebra lineare e analisi numerica.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Scopo del corso "introdurre gli studenti a alcuni recenti sviluppi

dell'analisi numerica (in particolare a quelli legati all'approssimazione e all'algebra lineare numerica), fornendo le basi per affrontare tali tematiche. Saranno discusse anche alcune applicazioni

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso consisterà di 48 lezioni.

Contenuti :

1. Formal orthogonal polynomials

- Definition
- Algebraic properties
- Recurrence relation
- Adjacent Families

2. Padé approximation

- Definition and algebraic properties
- Padé-type approximants
- Connection to formal orthogonal polynomials
- Recursive computation
- Connection to continued fractions
- Some elements of convergence theory
- Applications

3. Krylov subspace methods

- Definition
- Lanczos method
- Recurrence relations
- Implementation

4. Extrapolation methods

- Sequence transformations and convergence acceleration
- What is an extrapolation method?

- Various extrapolation methods
- Vector sequence transformations
- Applications
 - i. Treatment of the Gibbs phenomenon
 - ii. Web search
 - iii. Estimation of the error for linear systems
 - iv. Regularization of linear systems
 - v. Estimation of the trace of matrix powers
 - vi. Acceleration of Kaczmarz method
 - vii. Fixed point iterations
 - viii. Computation of matrix functions

Modalità di esame :

L'esame finale consisterà in un test scritto sugli argomenti del corso e un piccolo progetto di ricerca.

Criteri di valutazione :

Gli studenti dovranno dimostrare padronanza con gli argomenti del corso, sia dal punto di vista teorico che da quello algoritmico.

Testi di riferimento :

Brezinski, Claude, *Pade-Type Approximation and General Orthogonal Polynomials* C. Brezinski. Basel: Birkhauser, 1980
 Brezinski, Claude; Redivo Zaglia, Michela, *Extrapolation methodstheory and practice* Claude Brezinski, Michela Redivo Zaglia. Amsterdam <etc.>: North-Holland, 1991
 C. Brezinski, *Projection Methods for Systems of Equations.* : North-Holland, Amsterdam, 1997

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Lecture notes will be provided to the students.

CRITTOGRAFIA

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 40A+8E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Gli argomenti dei corsi di Algebra, Analisi I.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezione frontale.

Contenuti :

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve.
 Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

Modalità di esame :

Esame scritto

Criteri di valutazione :

Durante la prova scritta lo studente dovrà rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verrà assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

Testi di riferimento :

A. Languasco e A. Zaccagnini, *Manuale di Crittografia*. Milano: Hoepli, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Utilizzeremo i seguenti testi:

- 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - *Manuale di Crittografia* - Hoepli Editore, 2015. (italian).
- 2) N.Koblitz - *A Course in Number Theory and Cryptography*, Springer, 1994.
- 3) R.Crandall, C.Pomerance, - *Prime numbers: A computational perspective* - Springer, 2005.
- 4) B. Schneier - *Applied Cryptography* - Wiley, 1994

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARTINO BARDI)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : Torre Archimede, via Trieste 63
Aule :

Prerequisiti :

Calcolo differenziale e integrale in $\pi^{\tilde{A}}$ variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Il corso ha lo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarita' e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali di tipo Hamilton-Jacobi; di introdurlo alla teoria elementare dei giochi e a quella dei giochi differenziali.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente.

Contenuti :

1a parte:

- Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni.
- Il metodo delle caratteristiche.
- Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax.
- Introduzione alle soluzioni di viscosita' : buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy.
- Introduzione alla teoria del controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali.

2a parte:

- Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze.
- Giochi a N persone: equilibri di Nash.
- Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback.
- Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore.
- Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore.

Modalita' di esame :

Prova orale.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente si basera' sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacita' di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

Testi di riferimento :

L.C. Evans, *Partial Differential Equations*. Providence: A.M.S., 1998

M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations*. Boston: Birkhauser, 1997

E.N. Barron, *Game theory*. Hoboken: Wiley, 2008

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Vengono indicati tre testi di riferimento.

FISICA MODERNA

(Titolare: Prof.ssa ORNELLA PANTANO)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 56A+8E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscere i fondamenti di Fisica Classica relativi agli ambiti di Meccanica, Elettromagnetismo e Termodinamica.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Il corso ha come obiettivo l'apprendimento delle idee fondamentali alla base dello sviluppo della fisica moderna anche in relazione alla loro evoluzione storica. Alla fine del corso lo studente dovrA' conoscere le idee fondamentali, in particolare della relativita' e della fisica quantistica, e gli esperimenti cruciali che hanno portato allo sviluppo della Fisica Moderna. DovrA' inoltre aver appreso i modelli teorici di base e dovrA' saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in contesti astrofisici o di alte energie.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

La metodologia di insegnamento prevede lezioni frontali, lavori di gruppo per approfondire alcuni temi del corso, uscite didattiche alla sezione di Fisica Moderna del Museo di Storia della Fisica e/o ai Laboratori Nazionali di Legnaro.

Contenuti :

FISICA MODERNA

Prima parte: Introduzione alla Relativita'

Docente: Ornella Pantano

Trasformazioni di Galileo e relativita' galileana. Elettromagnetismo e relativita' galileana. Esperimento di Michelson-Morely. I postulati della teoria della Relativita'speciale. Relativita' della simultaneita'. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi. Trasformazioni di Lorentz. Invarianza dell' intervallo spazio-temporale. Coni luce e causalita'. Composizione delle velocita'. Tempo proprio e paradosso dei gemelli. Equivalenza massa energia. Relazione tra qunatita' di moto ed energia. Particelle di massa nulla. Urti e decadimenti. Cenno al formalismo covariante.

Il principio di equivalenza. Il principio di Relativita' generale. Deformazione dello spazio-tempo e deviazione dei raggi di luce in presenza di gravita'. Buchi neri. Cenno alla struttura matematica della Relativita' generale. La geometria dell'Universo e i modelli cosmologici.

Seconda parte: Introduzione alla Meccanica quantistica

Docente:

Particelle e onde classiche e la crisi di inizio '900. Effetto fotoelettrico e fotoni. Effetto Compton. Ipotesi di de Broglie e esperimento di Davison e Germer. Esperimento delle due fenditure per particelle e onde classiche e per particelle quntistiche. Le idee base : funzione d'onda, interpretazione probabilistica e principio di indeterminazione di Heisenberg. Radici storiche della meccanica quantistica. Corpo nero e ipotesi di Planck. Radiazione cosmica di fondo. Modello atomico di Thompson e esperimento di Rutherford. Spettroscopia dell'idrogeno e modello di Bohr. Equazione di Schroedinger. Cenni alla struttura matematica della meccanica quantistica: operatori e

autovalori. Effetto tunnel e radioattività. Quantizzazione dell'energia nella buca di potenziale e del momento angolare, stabilità della materia. Spin. Particelle quantistiche identiche. Principio di esclusione di Pauli e impenetrabilità della materia. Tavola periodica.

Modalità di esame :

L'esame prevede una prova orale sui temi trattati nel corso e la presentazione di un lavoro scritto di approfondimento su uno dei temi affrontati.

Criteri di valutazione :

Il candidato dovrà dimostrare di conoscere gli argomenti di fisica moderna trattati nel corso e di saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in ambito astrofisico o delle alte energie.

Sarà valutato positivamente la padronanza dei modelli teorici e la conoscenza della loro evoluzione storica, la capacità di valutare in quali ambiti e sotto quali condizioni i modelli e le teorie di fisica classica non sono applicabili e la capacità espositiva.

Testi di riferimento :

Arthur Beiser, *Concepts of Modern Physics*. : McGraw-Hill, 2003

B. Schultz, *A First Course in General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009

G. Carlo Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio*. : Saggiatore, 2009

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Durante il corso saranno forniti appunti del corso, testi scritti o link per approfondire alcuni degli argomenti trattati. La bibliografia di riferimento è da considerarsi di consultazione e saranno indicati durante il corso le parti di interesse in relazione agli argomenti trattati.

FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO)

Periodo: 1 anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni in lingua inglese.

Contenuti :

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel poldisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analicità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime L2 nel problema Neumann

Modalità di esame :

esame orale.

Testi di riferimento :

A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex*. : CRC Press, 1991

L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables*. : North-Holland, 1990

S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables*. : AMS/IP, 2001

GEOMETRIA ALGEBRICA 1

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTO)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

Conoscenze e abilità da acquisire :

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

class and homeworks (we will use moodle system)

Contenuti :

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

Modalità di esame :

There will be a written examination

Criteri di valutazione :

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

Testi di riferimento :

Hartshorne, *Algebraic Geometry*. New York-berlin: Springer, 1977

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

we will indicate some books and preprints.

GEOMETRIA ALGEBRICA 2

(Titolare: Prof.ssa CARLA NOVELLI)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Basi di topologia e algebra commutativa.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni e esercizi proposti.

Contenuti :

Introduzione a variet  affini e proiettive.

Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali.

Singolarit  e risoluzione di singolarit  . Scoppiamenti.

Introduzione a fasci e coomologia.

Curve razionali e divisori su variet  .

Ampiezza e coni di curve.

Raggi estremali e contrazioni estremali.

Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali.

Variet  di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

Modalita' di esame :

Seminario.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente sia baser  sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacit  di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento :

Olivier Debarre, Higher-Dimensional Algebraic Geometry. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001

Ja'nos Kolla'r & Shigefumi Mori, Birational Geometry of Algebraic Varieties. Cambridge: Cambridge University Press, 1998

Kenji Matsuki, Introduction to the Mori Program. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

Arnaud Beauville, Complex Algebraic Surfaces (Second Edition). London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

GEOMETRIA DIFFERENZIALE

(Titolare: Prof. FRANCESCO BOTTACIN)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze basilari di analisi matematica, algebra lineare, geometria euclidea e topologia.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Calcolo differenziale e integrale sulle varieta' differenziabili.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Distribuzione di fogli di esercizi da risolvere per casa.

Contenuti :

Varieta' differenziabili, sottovarieta', morfismi tra varieta'.

Spazio tangente, il teorema di Frobenius.

Fibrati vettoriali: il fibrato tangente (campi di vettori), il fibrato cotangente (1-forme), fibrati tensoriali (campi tensoriali).

Forme differenziali. L'algebra esterna.

Integrazione di forme differenziali.

Il teorema di Stokes.

Connessioni su fibrati vettoriali, curvatura.

Metriche. Geometria (pseudo)riemanniana.

Gruppi e algebre di Lie (propriet  basilari).

Modalita' di esame :

Prova scritta seguita da una prova orale.

Criteri di valutazione :

La valutazione del livello di apprendimento dello studente si basa sul risultato della prova scritta, integrata dalla valutazione ottenuta nella prova orale.

Testi di riferimento :

M. Abate, F. Tovena, Geometria Differenziale. : Unitext, Springer-Verlag Italia, 2011

G. Gentili, F. Podesta', E. Vesentini, Lezioni di Geometria Differenziale. : Bollati Boringhieri, 1995

INTRODUZIONE AI PROCESSI STOCASTICI

(Titolare: Prof. MARCO FERRANTE) - Mutuato da: Laurea magistrale in Scienze Statistiche (Ord. 2014)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 64A; 8,00 CFU
Sede dell'insegnamento: Statistica

Prerequisiti :

Un corso base di Calcolo delle Probabilità

Conoscenze e abilità da acquisire :

Conoscenza approfondita delle catene di Markov a tempo discreto e tempo continuo, con capacità di risolvere autonomamente esercizi anche di livello avanzato.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

64 ore di lezioni frontali (34 teoria e 30 esercitazioni)

Contenuti :

Definizione di processo stocastico. Probabilità condizionata e valore atteso condizionato. Indipendenza condizionata.

Catene di Markov a tempo discreto: definizione. Matrice di transizione, leggi congiunte e proprietà di Markov. Random Walk e sue proprietà. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Probabilità e tempo medio di assorbimento. Classificazione degli stati. Distribuzioni invarianti. Teorema di Markov. Periodicità. Teorema ergodico.

Processo di Poisson: costruzione del processo e definizioni equivalenti. Principali proprietà ed alcune importanti applicazioni.

Catene di Markov a tempo continuo: definizione. Matrice generatrice. Principali proprietà, classificazione degli stati, probabilità di assorbimento, distribuzioni invarianti. Teorema ergodico.

Applicazioni: Processi di nascita e morte. Modello di Wright-Fisher. Teoria delle code.

Modalità di esame :

Esame scritto

Criteri di valutazione :

Homeworks (10%) - Esame finale (90%)

Testi di riferimento :

J.Norris, Markov Chains. Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Paolo Baldi, Calcolo delle probabilità (2 ed.). Milano: McGraw-Hill, 2011

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU
Sede dell'insegnamento: Torre Archimede

Prerequisiti :

Corsi di Algebra 1 e Algebra 2.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Questo è un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti :

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su Z . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, rappresentazioni di gruppi, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

Modalità di esame :

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

Criteri di valutazione :

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

Testi di riferimento :

Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo "Introduction to ring and module theory, Third edition. Il prezzo è di 10 euro.

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti :

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

Modalità di esame :

Esame orale. Al candidato sarà chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

Criteri di valutazione :

Verifica sulla apprendimento delle nozioni insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione

Testi di riferimento :

I.M. Isaacs, *Finite group theory*. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

J. Wilson, *Profinite groups*. Oxford: Clarendon Press, 1998

INTRODUZIONE ALLE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

(Titolare: Prof. FABIO ANCONA)

Periodo: 1 anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Calcolo integrale e differenziale.

Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie.

Nozioni di base di analisi complessa (funzioni di variabile complessa, funzioni olomorfe e analitiche).

Trasformata di Fourier.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Nozioni basilari di teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

La metodologia d'insegnamento utilizzata sarà la lezione frontale.

Contenuti :

Piano didattico:

- Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprietà, principio del massimo. Equazione di Poisson. Metodo di Perron.
- Principio del massimo per operatori ellittici degeneri.
- Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione. Unicità e regolarità delle soluzioni.
- Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, unicità, velocità finita di propagazione.

Modalità di esame :

L'esame consiste di una prova orale.

La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio.

Criteri di valutazione :

I criteri adottati saranno i seguenti:

- chiarezza e rigore dell'esposizione di enunciati e teoremi
- completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione
- capacità di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

Testi di riferimento :

L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edition. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2010

S. Salsa, *Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory*. Springer: Milano, 2015

W. A. Strauss, *Partial Differential Equations. An Introduction*. New York: Wiley, 1992

LOGICA MATEMATICA 2

(Titolare: Prof. GIOVANNI SAMBIN)

Periodo: 1 anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

E' caldamente suggerito, ma non strettamente necessario, aver seguito un corso di introduzione alla logica matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Potenzialità e limiti teorici del concetto di dimostrazione formale.

Differenze tra ragionamento classico e costruttivo.

Introduzione alla teoria della dimostrazione in logica e matematica costruttiva e sue applicazioni computazionali.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Si intende sollecitare la partecipazione attiva di ogni studente, allo scopo di mettere in moto la sua visione critica, oltre che l'apprendimento nozionistico. Quindi le lezioni tradizionali saranno accompagnate da discussioni in aula, da esercizi da svolgere personalmente e da approfondimenti a scelta su temi concordati con il docente su articoli relativi ai temi del corso.

Contenuti :

Calcolo dei sequenti per logica classica predicativa.

Calcolo dei sequenti per logica intuizionista predicativa.

Algoritmo di decisione per la logica intuizionista proposizionale.

Prova costruttiva del teorema di eliminazione taglio di Gentzen per entrambi i calcoli.

Aritmetica di Peano.

Aritmetica di Heyting.

Differenze tra aritmetica di Peano e di Heyting in termini di Tesi formale di Church e assioma di scelta.

Richiami dei teoremi di incompletezza di Goedel e confronti

tra prova per l'aritmetica classica e costruttiva.

Semantica della realizzabilit  (calcolabilit ) per l'aritmetica di Heyting.

Breve inquadramento in teoria delle categorie e logica categoriale dei risultati di teoria delle dimostrazione trattati precedentemente.

Modalit  di esame :

A scelta tra una di queste tre opzioni:

1. orale su tutto il materiale del corso;

2. scritto su tutto il materiale del corso;

3. relazione orale su tema approfondito in accordo con il docente

e presentazione delle soluzioni di esercizi assegnati a lezione.

Criteri di valutazione :

Capacit  dello studente di utilizzare i concetti appresi durante il corso in modo personale. Capacit  di svolgere alcuni semplici esercizi, come applicazione dei concetti appresi e delle loro principali propriet .

Testi di riferimento :

A. S. Troelstra and D. van Dalen, *Constructivism in Mathematics. An Introduction.* : North-Holland, 1988

A. M. Pitts, *Categorical Logic in Handbook of Logic in Computer Science, vol. 5. Algebraic and Logical Structures..* : Oxford University Press, 2000

A. S. Troelstra, H. Schwichtenberg, *Basic Proof Theory.* : Cambridge University Press, 2000

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense del docente, esercizi assegnati in aula e articoli per approfondimenti proposti dal docente.

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

(Titolare: Prof. FRANCESCO CIRAUOLO)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Algebra e geometria della triennale.

Conoscenze e abilit  da acquisire :

Approfondire argomenti di geometria euclidea classica con uso intensivo delle trasformazioni (per lo pi  similitudini). Si presta attenzione alla loro collocazione storica e ai programmi scolastici delle scuole secondarie.

Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali ed esercitazioni con la partecipazione degli studenti.

Contenuti :

Trasformazioni del piano, isometrie, similitudini. Triangoli e loro punti notevoli. Triangolo ortico. Cerchio dei nove punti. Bisettrici, Cerchio di Apollonio Teoremi di Ceva e Menelao. Potenza rispetto a un cerchio. Asse e centro radicale. Un teorema di Eulero. Porisma di Poncelet. Triangolo pedale. Retta di Simson. Lati e angoli: relazioni metriche e trigonometriche. Formule metriche. Punti di Fermat, triangolo di Napoleone Cerchi tritangenti. Coniche come involuppo. Quadrilateri completi. Punto di Miquel. Birapporti. Costruzioni del quarto armonico. Geometria piegando la carta. Soluzione di problemi classici piegando la carta Costruzione di poligoni regolari. Fasci di cerchi. Angolo tra cerchi. Inversione circolare. Applicazioni classiche dell'inversione. Teorema di Feuerbach. Reciprocazione. Dualit . Coniche.

Modalit  di esame :

Scritto e orale.

Criteri di valutazione :

La verifica prevede una prova scritta e un colloquio orale.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Maria Ded ², *Trasformazioni geometriche, Decibel-Zanichelli.*

Coxeter-Greitzer, *Geometry revisited, MMA.*

George G. Martin, *Transformation Geometry, Springer.*

B. Scimemi, *Geometria Sintetica, CLEUP.*

MATEMATICHE ELEMENTARI PVS

(Titolare: Prof. GIOVANNI SAMBIN)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

I prerequisiti matematici sono minimi e comunque ampiamente coperti dai corsi della laurea triennale. E' auspicabile una conoscenza anche sommaria di: storia della matematica, logica, teoria degli insiemi.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Utilizzando le diverse concezioni della matematica nel loro sviluppo storico, ci si propone di fornire una cornice concettuale in cui inserire le conoscenze tecniche specifiche e di stimolare una visione aperta e dinamica della matematica, utile ad ogni laureato in matematica e in particolare al futuro insegnante.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Si intende sollecitare la partecipazione attiva di ogni studente, allo scopo di mettere in moto la sua visione critica, oltre che l'apprendimento nozionistico. Quindi le lezioni tradizionali saranno accompagnate da discussioni in aula e anche relazioni su temi specifici tenute dagli studenti e preparate assieme al docente. L'esperienza ormai di parecchi corsi cosA- impostati ci dice che davvero si raggiunge una interazione molto vivace tra i membri del gruppo (studenti e docente)

Contenuti :

La concezione geometrica della matematica nell'antica Grecia da Pitagora ad Euclide; il metodo assiomatico di Euclide.

Lo sviluppo dell'algebra nel medioevo e la nascita del calcolo infinitesimale.

Nuovi aspetti della matematica dell'800: algebra, geometria, analisi. Le geometrie non-euclidee e il metodo assiomatico moderno. Evoluzione del concetto di funzione. Analisi delle strutture "madi": numeri naturali e numeri reali.

Il problema dei fondamenti. Cantor, Dedekind, Peano. I paradossi della teoria degli insiemi e la "crisi dei fondamenti". Logicismo, intuizionismo, formalismo.

La nascita dei computer. La pluralitA' delle proposte fondazionali di oggi. Matematica e computer.

Modalita' di esame :

Una relazione orale e scritta su un tema concordato viene preparata individualmente o a piccoli gruppi e tenuta durante il corso. Alternativamente, un esame orale finale valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacitA' di collegarli.

Criteri di valutazione :

CapacitA' di apprendere nozioni nuove ma soprattutto di valutare le nozioni di base da un punto di vista personale e critico.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Dispense fornite dal docente e vari libri di testo consigliati durante il corso.

MECCANICA HAMILTONIANA

(Titolare: Prof. ANTONIO PONNO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Fisica (Ord. 2014)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze della meccanica hamiltoniana di base, a livello del corso di meccanica analitica (terzo anno, laurea in fisica).

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Lo studente, al superamento della prova di profitto, avra' acquisito conoscenze tali da metterlo in grado di comprendere alcuni articoli originali sugli argomenti trattati nel corso.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso viene erogato tramite lezioni frontali alla lavagna.

Contenuti :

- SISTEMI HAMILTONIANI.

Proprieta' generali. Strutture di Poisson ed estensione del formalismo canonico. Elementi di teoria Hamiltoniana delle perturbazioni: principio della media.

Formalismo lagrangiano e hamiltoniano per sistemi infinito-dimensionali. Equazioni alle derivate parziali lineari e non lineari di interesse per la fisica.

- APPROCCIO PROBABILISTICO.

Fondamenti dinamici della meccanica statistica.

Problema ergodico. Caratterizzazione dei sistemi ergodici e dei sistemi mescolanti. Ricorrenza. Equazione di Liouville e sue proprieta'. Equazioni stocastiche di tipo Langevin ed equazione di Fokker-Planck.

Deduzione della legge di Gibbs.

Modalita' di esame :

Esame scritto sul programma del corso.

Criteri di valutazione :

La valutazione dello studente si basera' sulla verifica di comprensione degli argomenti "astratti" e sulla conseguente capacita' di risolvere eventuali esercizi.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Le dispense del docente coprono la maggior parte degli argomenti trattati a lezione.

MECCANICA SUPERIORE

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Elementi di base di Analisi e Geometria

Conoscenze e abilità da acquisire :

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti :

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varietà Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varietà simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varietà simplettiche.

Parametrazioni locali e globali delle sottovarietà Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-Hörmander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di

Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varietà Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

Modalità di esame :

Scritto.

Criteri di valutazione :

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

Testi di riferimento :

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics*. : Birkhäuser, 1994

Arnol'd, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, *Introduction to symplectic topology*. : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, *Elementary Symplectic Topology and Mechanics*. : Springer Verlag, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

F. Cardin: *Elementary Symplectic Topology & Mechanics*, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

METODI NUMERICI PER L'ANALISI DEI DATI

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano:

- le nozioni di base del calcolo numerico;
- conoscenza generale dell'analisi matematica;
- i concetti fondamentali di probabilità e statistica;
- una competenza di base nella programmazione al computer.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Le conoscenze ed abilità che lo studente avrà acquisito al superamento della prova di profitto riguardano:

- un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica;
- la capacità di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet;
- un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati;
- la capacità di progettare, implementare e verificare sperimentalmente algoritmi numerici al computer;
- la capacità di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che è parte fondamentale del percorso di apprendimento.

Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

Contenuti :

Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici.

Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-frequenza. Introduzione alla trasformata wavelet.

Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD).

Problemi ai minimi quadrati: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprietà statistiche della soluzione. Varianti: forma

ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares.

Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici.

Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov.

Metodi numerici per la stima dei parametri di un modello che rappresenti l'andamento dei dati nel caso di modello di regressione lineare statica, lineare dinamica (ARMA e nello spazio degli stati) e nel caso nonlineare delle reti neurali.

Analisi di serie storiche.

Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman).

Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

Modalità di esame :

L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al calcolatore.

Testi di riferimento :

F.Marcuzzi, *Analisi dei dati mediante modelli matematici.* , 2013

METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARIO PUTTI)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base di Analisi Matematica 1 e 2, con elementi di equazioni differenziali. Calcolo Numerico e Algebra lineare. Le esercitazioni richiederanno conoscenze elementari di programmazione in Matlab.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Il corso affronterà metodi di calcolo scientifico per la soluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate parziali. Il corso fornirà inoltre molti degli strumenti necessari alla risoluzione efficace dei problemi che appaiono in questo contesto (equazioni differenziali ordinarie, sistemi di equazioni lineari e non). Le esercitazioni all'elaboratore forniranno agli studenti le competenze necessarie per l'implementazione degli algoritmi trattati.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Laboratorio di calcolo. Gli aspetti teorici della materia verranno affrontati alla lavagna. Gli aspetti pratici di implementazione e uso degli algoritmi verranno studiati al computer.

Contenuti :

Equazioni differenziali ordinarie - Generalità, Esistenza e unicità della soluzione. Metodi discreti - Metodi ad un passo, metodi di Runge-Kutta, ordine, convergenza; Metodi multistep, ordine, convergenza. Problemi stiff - stabilità lineare, metodi impliciti, implementazione. Caratterizzazione delle PDE. Principali problemi modello usati nella pratica. Equazioni ellittiche: formulazione debole; formulazione FEM; spazi di Hilbert; condizioni al contorno di Dirichlet e di Neumann. Formulazione astratta del problema FEM: norma energia, discretizzazione, stime dell'errore, regolarità della soluzione. Equazioni paraboliche: discretizzazioni in spazio-tempo. Stime dell'errore per i metodi di Eulero e di Crank-Nicolson. Applicazioni a problemi nonlineari.

Modalità di esame :

Esame orale con discussione degli elaborati delle esercitazioni.

Criteri di valutazione :

30% elaborati di Laboratorio

70% discussione orale

Testi di riferimento :

Quarteroni A., *Numerical Models for Differential Problems.* Milano: Springer-Verlag Italia, 2009

Quarteroni A., Valli A., *Numerical Approximation of Partial Differential Equations.* Berlin: Springer-Verlag, 1994

Hairer, E., Nørsett, S. Wanner, G., *Solving ordinary differential equations. I. Nonstiff problems.* Berlin: Springer, 1993

Hairer, E., Wanner, G., *Solving ordinary differential equations. II. Stiff and differential-algebraic problems.* Berlin: Springer, 2010

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Saranno messe a disposizione degli studenti dispense in lingua inglese su gran parte o tutto il materiale trattato

METODI STOCASTICI PER LA FINANZA

(Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI)

Periodo: 1 anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Analisi stocastica (Propedeutico per gli studenti della laurea in matematica)

Conoscenze e abilità da acquisire :

The course presents some important models that are typically used in the banking industry.

The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

Contenuti :

The pricing problem in the binomial models
Risk neutral pricing in the discrete time world
European and American options in the binomial model.

Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time.
Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula.
Black&Scholes via PDE and via Girsanov.
Hedging and completeness in the Black&Scholes framework.
Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time.
Put Call parity, dividends and static vs dynamic hedging.
The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios.

Barrier options pricing in the Black&Scholes model.
Quanto option pricing in the Black&Scholes model.

Multi asset markets, pricing and hedging.
Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model.
Incomplete markets: quadratic hedging.

Smile and skew stylized facts.
Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility.
The Heston model.

Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks.
Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models.
Cap&Floor pricing in the short rate approaches. The pricing of swaptions.

Forward rate models: HJM approach, the drift condition and BGM models.
Change of numeraire and Forward Risk Neutral measure.
LIBOR and Swap models.

Modalita' di esame :

Final examination based on: Written and oral examination.

Criteri di valutazione :

Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

Testi di riferimento :

D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance.. : Cambridge University Press., 2000
J. Hull, Options, Futures and Other Derivatives. : Pearson, 8th edition, 2012
T. Bjork, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, Second Edition, 2004

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Lecture notes and reference books will be given by the lecturer.

OTTIMIZZAZIONE

(Titolare: Prof. MICHELANGELO CONFORTI) Insegnamento non attivato per l'a.a 2016/2017

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenza della Programmazione lineare, Algebra Lineare.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Conoscenza delle basi dell'ottimizzazione vincolata, con particolare riferimento alla Programmazione a Numeri Interi.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni ed esercizi svolti in classe

Contenuti :

Disuguaglianze e Poliedri
Metodo di Fourier
lemma di Farkas
Poliedri e il Teorema di Minkowski-Weyl
Coni di recessione
Dimensione, Inviluppo affine
Facce ed unicita' della rappresentazione
Proiezioni

Formulazioni Ideali
Totale unimodularita'
Grafici orientati
Flussi, cammini, circolazioni
Matchings
Alberi di peso minimo
Teorema di Meyer
Unione di poliedri

Disuguaglianze valide per problemi di ottimizzazione intera
Disuguaglianze split
Disuguaglianze di Gomory mixed-integer e frazionarie
Disuguaglianze di Chvatal

Modalita' di esame :

Esame Scritto

Criteri di valutazione :

Conoscenza della materia, capacita' di sviluppare argomenti inerenti alla materia in maniera autonoma.

Testi di riferimento :

M. Conforti, G. Cornuejols, G. Zambelli, *Integer Programming*. New York: Springer, 2014

RICERCA OPERATIVA

(Titolare: Prof. FRANCESCO RINALDI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A+16L; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Opportuna, ma non necessaria, conoscenza di base della teoria della Programmazione Lineare

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Imparare a costruire e utilizzare modelli matematici per il supporto alle decisioni in ambito produttivo, logistico, finanziario. Utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione su casi di studio.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso si basera' su lezioni frontali e laboratori.

Contenuti :

- Richiami di programmazione lineare.
- Modelli di programmazione lineare intera.
- Tecniche risolutive per la programmazione lineare intera: branch-and-bound, piani di taglio, generazione di colonne.
- Matrici totalmente unimodulari.
- Modelli di programmazione non lineare.
- Metodi di programmazione non lineare: metodi per problemi non vincolati e vincolati.
- Cenni a metodi di ottimizzazione per sistemi complessi.
- Cenni di teoria dei giochi.
- Pacchetti software per l'ottimizzazione.

Modalita' di esame :

Durante il corso verra' assegnata una esercitazione di laboratorio (utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione), il cui esito concorrera' alla definizione del voto finale.

Prova scritta alla fine del corso.

Prova orale facoltativa.

Criteri di valutazione :

La valutazione della preparazione dello studente si basera' :

- sulla comprensione degli argomenti svolti in aula e laboratorio;
- sull'acquisizione dei concetti di carattere teorico;
- sulla capacita' di utilizzare in maniera autonoma e consapevole i modelli e le metodologie risolutive proposte.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

- Dispense fornite dal docente.
- Testi di consultazione (che perÃ² non saranno seguiti fedelmente):

M. Fischetti, *Lezioni di Ricerca Operativa*, Edizioni Libreria Progetto.

L. Grippo, M. Sciandrone, *Metodi di ottimizzazione per la programmazione non vincolata*, Springer.

SISTEMI DINAMICI

(Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO)

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Una prima parte del corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varietà stabile centrale, etc. Ci si focalizzerà quindi sulla differenza fra integrabilità e, nel caso iperbolico, caoticità. Il corso è completato da esercitazioni numeriche al calcolatore.

Lo studente acquisirà conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e svilupperà una capacità di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorirà tale apprendimento.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento a piccoli gruppi di lavori numerici.

Contenuti :

1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione, equazione alle variazioni. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale.
2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; stabilità: matrice di monodromia. Applicazioni.
3. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varietà stabile.
4. Integrabilità. Invarianza di un'equazione differenziale sotto un'azione di gruppo, riduzione. Simmetrie dinamiche. Teorema di integrabilità di Bogoyavlenskij. Applicazioni ai sistemi Hamiltoniani.
5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing.
6. Esponenti di Lyapunov.
7. Esperimenti numerici sulle equazioni differenziali.

Modalità di esame :

Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati (per lo più numerici) assegnati durante il corso. All'orale possono anche essere richiesti esercizi.

Criteri di valutazione :

Verrà valutata la conoscenza della materia e la qualità e comprensione degli elaborati numerici svolti.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in

V.I. Arnold, *Equazioni Differenziali Ordinarie* (MIR, 1979)

M.W. Hirsh e S. Smale, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra* (Academic Press, 1974)

F. Fasso', *Primo sguardo ai sistemi dinamici*. CLEUP

Il programma del corso è coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in

G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici"
(<http://www.math.unipd.it/~benettin/>)

Fra i testi di consultazione si segnala:

E. Zhender, *Lectures on Dynamical Systems* (EMS, 2010)

C. Chicone, *Ordinary Differential Equations with Application* (II ed), Springer.

Il lavoro in laboratorio utilizzerà il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo è opportuna.

SPERIMENTAZIONI DI FISICA PER LA DIDATTICA

(Titolare: Dott.ssa SANDRA MORETTO)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32L; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : Laboratorio Didattico, stanza 309 del Polo Didattico di Fisica, via Loredan 10.

Prerequisiti :

Conoscenze acquisite nei corsi di base di fisica.

Conoscenze minime di calcolo numerico.

Conoscenze di base di fogli di calcolo.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

- Obiettivi didattici e formativi nel campo delle conoscenze e delle competenze

- Obiettivi di esercizio (all'uso degli strumenti e degli apparati di misura e alle procedure di misura e analisi dei dati):

- 1) capire lo strumento di misura e le sue caratteristiche (risoluzione, portata, errore di zero, scale, ecc.);
- 2) imparare a usare correttamente gli strumenti per ridurre gli errori sistematici e gli "sbagli" (es. errori di parallasse nella lettura, ecc.);
- 3) imparare a registrare correttamente i dati (cifre significative, incertezza, unita' di misura) ;
- 4) Imparare a raccogliere i dati in tabelle e a rappresentarli in grafici che aiutino a interpretare i risultati (es. decidere gli intervalli per le classi di una distribuzione, le scale per gli assi di un grafico, l'organizzazione delle colonne di una tabella, ecc.)
- 5) imparare a tenere un registro di laboratorio: in cui tutte le misure fatte (anche quelle sbagliate!) vengono annotate in buon ordine, con indicazione della data, delle condizioni sperimentali e con tutti i commenti.
- 6) imparare a lavorare in gruppo; (non solo perché in molti casi non è possibile eseguire misure o predisporre l'apparato sperimentale da soli, ma anche per l'opportunità di scambiare idee, discutere, confrontarsi)

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali introduttive con esperimenti dimostrativi.

Esperimenti per studiare/verificare una legge fisica.

Sono gli esperimenti che tipicamente si fanno in un laboratorio attrezzato. La legge fisica generalmente è già nota. Possono però essere svolti anche come introduzione o preparazione alla legge. Hanno valenze didattiche prevalenti per la misura, l'analisi dei dati, la formalizzazione a posteriori e per gli aspetti addestrativi in generale.

Esperimenti dimostrativi.

Sono usati per attirare l'attenzione e stimolare la riflessione su una particolare fenomenologia, prima di iniziare la discussione dettagliata sull'argomento.

Esperimenti di scoperta.

Sono esperimenti che hanno la caratteristica di stimolare l'interesse e la curiosità e quindi di trascinare a trovare spiegazioni, chiarendo cosa è, generalmente a livello solo qualitativo, i concetti fisici coinvolti

Esperimenti con oggetti o fenomeni della vita di tutti i giorni.

Partono dalla conoscenza e memoria di cose familiari e ben note, o che si crede di conoscere bene, e che si è abituati a descrivere con il linguaggio quotidiano. Aiutano a sviluppare il pensiero critico e il passaggio dal linguaggio quotidiano a quello scientifico.

Uso del computer nel laboratorio di fisica.

Simulazioni: costruzione di vari tipi di simulazioni per osservare fenomeni altrimenti inaccessibili (troppo costosi, infattibili o pericolosi). Il computer può poi essere usato sia per l'analisi dei dati che per la raccolta on-line di dati di un esperimento, mediante opportuni sensori e interfacce di collegamento al computer. Sono utili in particolare per raccogliere dati che variano molto rapidamente o molto lentamente nel tempo

Contenuti :

Si affronteranno diversi nuclei tematici di fisica, per esempio:

Studio del moto di un corpo su guida rettilinea: acquisizione on-line della distanza mediante sonar, grafici temporali della distanza, velocità ed accelerazione, studio dell'attrito, misura dell'accelerazione di gravità. Analisi degli errori.

Ottica geometrica: leggi della riflessione e della rifrazione. Le proprietà delle lenti loro applicazione nella costruzione di un cannocchiale

Esperimenti con le onde: generazione e propagazione di onde in un liquido. Misura della lunghezza d'onda. Riflessione e rifrazione di onde piane. Fenomeni di interferenza e diffrazione.

Analisi delle caratteristiche ondulatorie della luce con esperimenti di diffrazione e interferenza con luce laser. Analisi di dati e confronti con il modello teorico.

Conservazione e trasformazione dell'energia. Studio e analisi di fenomeni termici. Esperimenti relativi al I principio della termodinamica. Cambiamenti di stato.

Fenomeni elettrici e magnetici. Campo magnetico generato da una corrente elettrica. Studio dell'induzione elettromagnetica.

Sviluppo di un progetto didattico.

Modalità di esame :

Struttura della verifica di profitto :

Scritta, Orale

La verifica dell'apprendimento prevede un elaborato scritto sugli esperimenti svolti nel laboratorio, e la compilazione di un quaderno di laboratorio

La prova orale consiste di una presentazione di un progetto didattico.

Criteri di valutazione :

L'espressione di un giudizio di competenza sarà classificato secondo tre grandi ambiti specifici: quello relativo ai risultati ottenuti nello svolgimento di un compito o nella realizzazione del prodotto (oggettivo); quello relativo alla percezione che lo studente ha del suo lavoro (soggettivo); quello relativo a come lo studente è giunto a conseguire tali risultati (intersoggettivo).

Le tre prospettive di analisi indicate richiedono strumentazioni differenti, da integrare e comporre in un disegno valutativo plurimo e articolato. Ciascuna di esse utilizzerà dispositivi differenti per essere rilevata e compresa.

In particolare:

Dimensione oggettiva: svolgimenti di compiti operativi, come elaborazioni sugli esperimenti svolti.

Dimensione soggettiva: forme di autovalutazione, con strumenti quali diario di bordo, questionari, ecc.

Dimensione intersoggettiva: protocolli di osservazione, commenti, interazioni tra pari, analisi del comportamento sul campo.

Testi di riferimento :

S.R. Singer, M.L. Hilton, and H.A. Schweingruber, America's Lab Report: Investigations in High School Science.. : Washington, DC: The National Academies Press, 2006

A. B. Aarons, Guida all'insegnamento della Fisica. : Zanichelli Editore, 1995

M. Michelini, L. Santi, R. M. Sperandeo, Proposte didattiche su forze e movimento. : Forum Editrice Universitaria Udinese Srl, 2002

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Verr  fornito del materiale durante il corso, strutture di relazioni o di acquisizioni dati, esempi di percorsi didattici. In pi 1 verranno segnalati le risorse online dedicate alle varie tematiche di fisica affrontate.

TEORIA DEI NUMERI 1

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI)

Periodo: l'anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere gi  seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiarit  con le funzioni di una variabile complessa.

Conoscenze e abilit  da acquisire :

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi. Teoria di Galois e di Hilbert. La legge di reciprocit  quadratica. Teoria di Minkowski. Determinazione del gruppo di classi e del gruppo delle unit  in casi semplici. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

I compiti saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli esercizi proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente   offerta l'opportunit  di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potr  valutare la capacit  espositive dello studente.

L'esame orale finale consiste in una lezione da svolgere in sede separata su argomento di livello pi 1 elevato.

Contenuti :

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. Propriet  di fattorizzazione.
6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocit  quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unit ).
11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 1).

Tutto il materiale si trova comunque nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. Il nostro programma essenziale consiste nei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. Le dimostrazioni analitiche nel capitolo 5 non saranno richieste.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

Modalit  di esame :

Si proporranno 3 compiti scritti durante il corso.

Il loro scopo   di verificare la comprensione delle lezioni passo-passo.

Un esame scritto finale sar  proposto a chi non ha superato i compiti o non   soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente   offerta l'opportunit  di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale   riservato a chi mira a voti eccezionali.

Criteri di valutazione :

Si apprezzer  e valuter  sia l'impegno di studio che l'interesse per la materia e la capacit  di risolvere problemi.

Testi di riferimento :

Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

E' possibile che uno studente trovi pi 1 semplice studiare uno o pi 1 argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online.

Quando possibile, l'insegnante dar  indicazioni su dove reperire tale materiale.

TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA)

Periodo: l'anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Prerequisiti :

Nozioni di base di teoria algebrica dei numeri e teoria di Galois.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Introduzione alle rappresentazioni p -adiche di corpi locali e applicazioni.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali in lingua inglese.

Contenuti :

- 1) la teoria della ramificazione per estensioni finite, Galois K/L , dove K, L sono campi locali (referenza J.-P. Serre, *Corps Locaux/Local Fields*).
- 2) rappresentazioni p -adiche di G_K , dove K e' un campo locale p -adico.
- 3) rappresentazioni p -adiche di G_K , (per K un campo locale p -adico) che sono C_p -ammissibili (referenza J. Tate, *p -Divisible groups*).
- 4) Dimostrazione di Dwork delle congetture di Weil.

Modalita' di esame :

Esame scritto/orale.

Testi di riferimento :

J.P. Serre, *Corps locaux / Local Fields*. : Hermann / Springer,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

Ulteriori materiali di studio saranno indicati durante il corso.

TEORIA DELL'APPROSSIMAZIONE E APPLICAZIONI

(Titolare: Prof. STEFANO DE MARCHI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00 CFU

Prerequisiti :

Il corso richiede le conoscenze acquisite nei corsi di base di Calcolo Numerico e di Analisi Numerica. E' utile aver seguito un corso di Analisi Funzionale. Si assume la conoscenza della programmazione in Matlab.

Conoscenze e abilita' da acquisire :

Analisi di problemi di approssimazione univariati e multivariati con funzioni polinomiali e funzioni radiali di base. Applicazioni: interpolazione, quadratura, iperinterpolazione e soluzione di PDEs. Stime d'errore in varie norme. Soluzione di problemi test con l'uso di Matlab.

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Il corso si articola in lezioni frontali in aula (48h) e lezioni di laboratorio informatico in Matlab (16h).

Contenuti :

Il corso si articola in 2 parti teoriche ciascuna di 24h di lezione frontali, in tutto 48h, pari a 6CFU. Sono quindi previste 16h di laboratorio pari a 1CFU.

PRIMA PARTE (20h+6h): approssimazione polinomiale

- polinomio di migliore approssimazione uniforme
- modulo di continuita' e costante di Lebesgue
- distribuzioni quasi ottimali di punti nel caso 1-dimensionale
- punti di Padova per interpolazione e cubatura
- mesh (debolmente) ammissibili.
- applicazioni e laboratorio (6h)

SECONDA PARTE (28h+10h): Funzioni Radiali di Base (RBF)

- dalle splines alle RBF
- funzioni definite positive
- funzioni condizionatamente definite positive
- spazi nativi, funzion potenza e stime d'errore
- soluzione di PDEs ellittiche
- applicazioni e laboratorio (10h)

Modalita' di esame :

Scritto con domande di teoria. Si farÃ poi un orale con discussione delle esercitazioni di laboratorio.

Criteri di valutazione :

Lo studente dovrÃ dimostrare di aver acquisito la conoscenza dei vari argomenti presentati nel corso, sia dal punto di vista teorico ed algoritmico, che dal punto di vista dell'applicazione degli stessi in laboratorio. Durante i laboratori, sarÃ necessario dimostrare una relativa sicurezza ed indipendenza nell'uso e nella scrittura di programmi in Matlab.

Testi di riferimento :

Gregory E. Fasshauer, *Meshfree Approximation Methods with Matlab*. : World Scientific Publishing Co., 2008

Stefano De Marchi, *Lectures on Multivariate Polynomial Interpolation*. : , 2015

Stefano De Marchi, *Four lectures on Radial Basis Functions*. : , 2014

Wen Chen, Zhuo-Ja Fu and C.S. Chen, *Recent Advances in Radial Basis Function Collocation Methods*. : Springer (Briefs in Applied Sciences and Tech.), 2014

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

- Prima parte: appunti del docente (vedasi sotto)
- Seconda parte: altri appunti del docente e i libri di riferimento indicati

TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

Periodo: I anno, 2 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU
Sede dell'insegnamento : See English version
Aule : Torre Archimede, room 2AB40

Prerequisiti :

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

Conoscenze e abilità da acquisire :

Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalità. Rappresentazioni Indotte, formula di Mackey. Reciprocità di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

Modalità di esame :

Scritto, dato da una serie di esercizi.

Criteri di valutazione :

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

J.P. Serre, *Représentations Linéaires des Groupes Finis*; (there exists also an English version);

J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer

P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

TEORIA DELLE FUNZIONI

(Titolare: Prof. PIER DOMENICO LAMBERTI)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale
Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00 CFU

Prerequisiti :

Teoria della misura e integrale di Lebesgue: definizioni di base, teoremi classici di passaggio al limite sotto il segno di integrale, Teoremi di Tonelli e Fubini, nozioni di base sugli Spazi L^p .

Conoscenze e abilità da acquisire :

Nozione di derivata debole e definizione di spazio di Sobolev su un dominio dello spazio euclideo n -dimensionale. Teoremi principali della teoria degli spazi di Sobolev: teoremi di approssimazione, rappresentazione integrale, immersione, estensione, traccia. Applicazioni della teoria degli spazi di Sobolev: formulazione debole di un problema differenziale alle derivate parziali con dati al bordo ed esistenza di soluzioni mediante approccio variazionale.

Capacità di applicare disuguaglianze integrali per analizzare e confrontare norme integrali di funzioni e loro derivate, gestire procedimenti di approssimazione in norma, impostare un problema differenziale in forma debole.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali.

Contenuti :

Teoria degli spazi di Sobolev e applicazioni. Preliminari sugli spazi L^p . Derivate deboli. Spazi di Sobolev standard e loro varianti. Funzioni Lipschitziane e il Teorema di Rademacher. Teoremi di approssimazione. Rappresentazioni integrali. Teoremi di immersione. Stime per le derivate intermedie. Immersioni compatte. Spazi di Besov-Nikolskii. Teoremi di traccia. Teoremi di estensione. Applicazioni: esistenza di soluzioni per i problemi di Poisson e Dirichlet e all'equazione di Helmholtz.

Modalità di esame :

Esame scritto e orale

Criteri di valutazione :

Per ottenere un voto finale tra 18 e 23 è necessario conoscere tutti gli enunciati di tutte le definizioni, teoremi, lemmi e corollari, gli esempi e controesempi principali, e saper risolvere esercizi standard. Per i voti superiori a 23 è necessario conoscere anche le dimostrazioni di tutte le proposizioni, e avere la capacità di risolvere esercizi meno ripetitivi.

Testi di riferimento :

Victor I. Burenkov, *Sobolev Spaces on domains*. Stuttgart: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft mbH, 1998

TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO)

Periodo: I anno, 1 semestre
Indirizzo formativo: Curriculum Generale

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00 CFU

Conoscenze e abilita' da acquisire :

vedi sotto

Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria C si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da C alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abeliene

Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore F , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni F -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext.

Fasci Abeliani su Spazi Topologici

Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e \hat{S}) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

Coomologia di Fasci

Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti

è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

Contenuti :

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti.

I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

Modalita' di esame :

tradizionale

Criteri di valutazione :

esame orale

Testi di riferimento :

Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,