



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

**SCUOLA DI SCIENZE**

**Bollettino Notiziario**

Anno Accademico 2017/2018

**Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)**

---

# Curriculum: Corsi comuni

---

## ATTIVITÀ SEMINARIALE

---

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

**Periodo:** Il anno, annuale  
**Indirizzo formativo:** Corsi comuni  
**Tipologie didattiche:** ; 4,00 CFU

**Contenuti :**

L'idoneità di 4 cfu della "attività seminariale" prevista per il corso di Laurea Magistrale in Matematica può essere ottenuta dagli studenti in vari modi, indicati nell'apposito regolamento per l'attività seminariale disponibile nel sito web ufficiale del CCS:

<http://matematica.math.unipd.it/>

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

## PROVA FINALE

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, annuale  
**Indirizzo formativo:** Corsi comuni  
**Tipologie didattiche:** ; 36,00 CFU

**Prerequisiti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Contenuti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Modalità di esame :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Criteri di valutazione :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

CONTENUTO NON PRESENTE

---

# Curriculum: Corsi comuni

---

---

## Curriculum: Curriculum ALGANT

---

### ALGEBRA COMMUTATIVA

---

(Titolare: Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni intere;

- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Esercizi suggeriti.

**Contenuti :**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski su sullo spettro primo  $\text{Spec}(R)$ .  $\text{Spec}(R/I)$  come chiuso di  $\text{Spec}(A)$ . Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunzione dei funtori  $\text{Hom}$  prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in  $\text{Spec}(R)$ . Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitzza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalità di esame :**

Esame scritto

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant; Maroscia, Paolo, Introduzione all'algebra commutativa M. F. Atiyah e I. G.

Macdonald appendice all'edizione italiana di Paolo Maroscia. Milano: Feltrinelli, 1981

Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0

Garuti, M.A., Commutative Algebra Lecture notes. Padova: , 2015

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra M. F. Atiyah, I. G. Macdonald. Reading [etc.]:

Addison-Wesley, 0

Gathmann, A., Commutative Algebra. Kaiserslautern: , 2013

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>

## ANELLI E MODULI

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** 1 anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti :**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalità di esame :**

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento :**

B.B Stentrom, *Rings of quotients.* : Grundleheren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, *An Introduction to Homological Algebra.* : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, *An introduction to Homological Algebra.* New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

---

**CRITTOGRAFIA**

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Contenuti :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Modalità di esame :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Criteri di valutazione :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

CONTENUTO NON PRESENTE

---

**FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE**

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni in lingua inglese.

**Contenuti :**

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel poldisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analiticità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime L2 nel problema Neumann

**Modalità di esame :**

esame orale.

**Testi di riferimento :**

L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables.* : North-Holland, 1990

A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex.* : CRC Press, 1991

S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables.* : AMS/IP, 2001

---

**GEOMETRIA ALGEBRICA 1**

(Titolare: da definire) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

class and homeworks

**Contenuti :**

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

**Modalità di esame :**

There will be a written examination

**Criteri di valutazione :**

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

we will indicate some books and preprints.

---

**GEOMETRIA ALGEBRICA 2**

(Titolare: Prof.ssa CARLA NOVELLI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basi di topologia e algebra commutativa.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni e esercizi proposti.

**Contenuti :**

Introduzione a varietà affini e proiettive.

Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali.

Singolarità e risoluzione di singolarità. Scoppiamenti.

Introduzione a fasci e coomologia.

Curve razionali e divisori su varietà.

Ampiezza e coni di curve.

Raggi estremali e contrazioni estremali.

Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali.

Varietà di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

**Modalità di esame :**

Seminario.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Arnaud Beauville, Complex Algebraic Surfaces (Second Edition). London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Olivier Debarre, Higher-Dimensional Algebraic Geometry. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001

Ja'nos Kollár & Shigefumi Mori, Birational Geometry of Algebraic Varieties. Cambridge: Cambridge University Press, 1998

Kenji Matsuki, Introduction to the Mori Program. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

---

**INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI**

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede

**Prerequisiti :**

Corsi di Algebra 1 e Algebra 2.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Questo è un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti :**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalità di esame :**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione :**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento :**

Alberto Facchini, *Introduction to Ring and Module Theory*. Padova: Libreria Progetto, 2017

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo Ã "Introduction to ring and module theory", Fourth edition, September 2017.

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti :**

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

**Modalita' di esame :**

Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

**Testi di riferimento :**

I.M. Isaacs, *Finite group theory*. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

J. Wilson, *Profinite groups*. Oxford: Clarendon Press, 1998

## MECCANICA SUPERIORE

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti :**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varieta' Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varieta' simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varieta' simplettiche.

Parametrizzazioni locali e globali delle sottovarieta' Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-H"ormander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varieta' Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalita' di esame :**

Scritto.

**Criteri di valutazione :**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento :**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics*. : BirkhÅuser, 1994

Arnol'd, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, *Introduction to symplectic topology*. : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, *Elementary Symplectic Topology and Mechanics*. : Springer Verlag, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

F. Cardin: *Elementary Symplectic Topology & Mechanics*, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

# OMOLOGIA E COOMOLOGIA

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00 CFU

## Prerequisiti :

Ci si aspetta che lo studente abbia già visto la possibilità di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale..) e che conosca l'esistenza di topologie come la topologia di Zariski.

## Conoscenze e abilità da acquisire :

basic commutative algebra and algebraic geometry

## Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

in class and homeworks.

## Contenuti :

Partendo da costruzioni fondamentali della topologia algebrica introdurremo il concetto di omologia e coomologia di uno spazio topologico. In seguito vedremo come tale concetto abbia altre realizzazioni seguendo la specializzazione di tale spazio in varietà algebrica e/o spazio analitico (de Rham).

## Modalità di esame :

tailored on the basis of the students attitudes: oral and homeworks.

## Criteri di valutazione :

some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

## Testi di riferimento :

CONTENUTO NON PRESENTE

## Eventuali indicazioni sui materiali di studio :

we will indicate them during the class: as a part of a book or/and notes.

# TEORIA DEI NUMERI 1

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

## Prerequisiti :

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiarità con le funzioni analitiche di una variabile complessa.

## Conoscenze e abilità da acquisire :

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria elementare del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi in anelli di Dedekind. Estensioni di corpi e decomposizione dei primi in una estensione. Estensioni di Galois di corpi di numeri e teoria di Hilbert. Gruppi di decomposizione e inerzia. Ideale differente e gruppi di ramificazione superiori. Estensioni abeliane e non ramificate. Frobenius. Determinazione esplicita dei sottogruppi di decomposizione e inerzia per ciascun primo in corpi ciclotomici. Sottocorpi quadratici dei corpi ciclotomici. La legge di reciprocità quadratica. Caratteri di gruppi abeliani finiti. Somme di Gauss. Teoria di Minkowski. Finitezza del gruppo di classi e teorema delle unit di Dirichlet. Regolatore. Esempi in casi semplici: unit dei corpi quadratici reali e equazione di Pell. Distribuzione degli ideali in un anello di interi algebrici: calcolo della costante nella formula asintotica. Teoria analitica delle serie di Dirichlet. Funzione zeta di Dedekind. Funzioni L di Dirichlet. Densità polare e densità di Dirichlet. La Formula del numero di classi. Valutazione delle serie L a 1 e somme di Gauss. Caso quadratico. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

## Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Le 2 o 3 relazioni proposte durante il semestre saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli argomenti proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente sarà offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà così valutare la capacità espositive dello studente.

L'eventuale esame orale finale consiste in una presentazione orale da svolgere in sede separata su un argomento scelto dal docente con un paio di ore di anticipo per la preparazione.

## Contenuti :

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione.
6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitezza del numero di classi e teorema delle unit).
11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi.

Tutto il materiale si trova nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. La parte essenziale del programma consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. I capitoli 6 e 7 sono necessari per ottenere un voto molto buono. Le

lunghe dimostrazioni analitiche reali dei capitoli 5/6/7 non saranno essenziali.  $\hat{A}$  tuttavia necessaria una buona comprensione dei metodi di analisi complessa.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

**Modalità di esame :**

Si proporranno 2 o 3 relazioni scritte durante il corso.

Il loro scopo  $\hat{A}$  di verificare la comprensione delle lezioni e l'interesse per la materia.

Un esame scritto finale sar $\hat{A}$  proposto a chi non ha presentato relazioni soddisfacenti e a chi non sia soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente  $\hat{A}$  offerta l'opportunit $\hat{A}$  di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale  $\hat{A}$  riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione :**

Si valuter $\hat{A}$  il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato.

Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacit $\hat{A}$  di risolvere problemi.

**Testi di riferimento :**

Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

E' possibile che uno studente trovi pi $\hat{A}$  semplice studiare uno o pi $\hat{A}$  argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online.

Quando possibile, l'insegnante dar $\hat{A}$  indicazioni su dove reperire tale materiale.

## TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Teoria di Numeri 1.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni alla lavagna.

**Contenuti :**

Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields".

Si studieranno: anelli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale.

Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

**Modalità di esame :**

Ci saranno compiti settimanali, un compitino a meta sessione ed un'esame scritto finale.

**Criteri di valutazione :**

I compiti verranno valutati 40% del voto, il compitino 20% e l'esame finale 40%.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

J.-P. Serre, Local fields.

H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

## TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

(Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede  
**Aule :** 2AB40

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Lo studente apprendera' le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre



di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalita' di esame :**

Scritto, dato da una serie di esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento :**

Serre, Jean-Pierre, *Linear representations of finite groups* Jean-Pierre Serre translated from the french by Leonard L. Scott. New York [etc.]: Springer, 0

Humphreys, James E., *Introduction to Lie algebras and representation theory* James E. Humphreys. New York [etc.]: Springer-Verlag, 0  
Etingof, Pavel I.; Gerovitch, Slava, *Introduction to representation theory* Pavel Etingof ... [et al.] with historical interludes by Slava Gerovitch. Providence: American Mathematical Society, 2011

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Useremo anche qualche pagina tratta da queste Lezioni di Alexander Kleshchev  
<http://darkwing.uoregon.edu/~klesh/teaching/AGLN.pdf>

---

## TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

vedi sotto

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale  $\tilde{A}$  il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abeliene

Lo scopo  $\tilde{A}$  di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext.

Fasci Abelian su Spazi Topologici

Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e  $\hat{S}$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

Coomologia di Fasci

Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti

$\tilde{A}$  un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune variet $\tilde{A}$  classiche.

**Contenuti :**

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti.

I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre propriet $\tilde{A}$  globali da propriet $\tilde{A}$  locali. Questo strumento si  $\tilde{A}$  rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali  $\tilde{A}$  esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

**Modalita' di esame :**

tradizionale

**Criteri di valutazione :**

esame orale

**Testi di riferimento :**

Pierre Schapira, *Algebra and Topology*. : ,

---

# Curriculum: Curriculum Applicativo

---

## MECCANICA HAMILTONIANA

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, 2 trimestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** mutuato dal corso omonimo della Laurea in Fisica: vedi anche bollettino corrispondente.

**Prerequisiti :**

conoscenze di base di geometria differenziale e di meccanica lagrangiana ed hamiltoniana.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Introdurre all'uso di metodi geometrico-gruppali nello studio di simmetrie, leggi di conservazione ed integrabilità dei sistemi meccanici Hamiltoniani.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali

**Contenuti :**

Gruppi di Lie e loro azioni su varietà. Simmetrie e riduzione di equazioni differenziali. Il caso delle varietà simplettiche: azioni Hamiltoniane, mappa momento, riduzione simplettica. Sistemi Hamiltoniani su gruppi di Lie. Integrabilità e teorema di Liouville-Arnold.

**Criteri di valutazione :**

svolgimento di esercizi, risposta a domande.

**Testi di riferimento :**

Arnold, *Metodi Matematici della Meccanica Classica* (Editori Riuniti).  
Abraham, Marsden: *Foundations of Mechanics II ed.* (Benjamin)  
Marsden, Ratiu: *Introduction to Mechanics and Symmetry* (Springer)  
Audin: *Torus actions on symplectic manifolds. II edizione* (Birkhauser)  
Materiale fornito durante il corso.

---

## METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI

---

(Titolare: da definire)

**Periodo:** Il anno, 3 trimestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo  
**Tipologie didattiche:** 40A+16E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Il corso tace.

---

# Curriculum: Curriculum Applicativo

---

---

## Curriculum: Curriculum Didattico

---

---

## Curriculum: Curriculum Didattico

---

---

## Curriculum: Curriculum Generale

---

## ALGEBRA COMMUTATIVA

---

(Titolare: Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni base di Algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri:

- Moduli;
- Prodotti Tensoriali;
- Spettro di un anello;
- Localizzazione;
- Estensioni intere;
- Anelli noetheriani;
- Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta;
- Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Esercizi suggeriti.

**Contenuti :**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. La topologia di Zariski sullo spettro primo  $\text{Spec}(R)$ .  $\text{Spec}(R/I)$  come chiuso di  $\text{Spec}(A)$ . Prodotto diretto di anelli.

Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Moduli fedeli. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama.

Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunta dei funtori  $\text{Hom}$  prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler.

Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Localizzazione ed insiemi aperti in  $\text{Spec}(R)$ . Proprietà locali. Moduli fedelmente piatti e teoria della discesa. Moduli proiettivi e localmente liberi.

Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Norma, traccia, discriminante. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti.

Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz.

Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione.

Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalità di esame :**

Esame scritto

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant; Maroscia, Paolo, Introduzione all'algebra commutativa M. F. Atiyah e I. G.

Macdonald appendice all'edizione italiana di Paolo Maroscia. Milano: Feltrinelli, 1981

Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0

Garuti, M.A., Commutative Algebra Lecture notes. Padova: , 2015

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra M. F. Atiyah, I. G. Macdonald. Reading [etc.]:

Addison-Wesley, 0

Gathmann, A., Commutative Algebra. Kaiserslautern: , 2013

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense disponibili alla pagina web <http://mgaruti.weebly.com/ca.html>

**ANALISI ARMONICA**

(Titolare: Prof. PAOLO CIATTI)

**Periodo:** 1 anno, 2 semestre  
**Inirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Analisi reale, qualche rudimento di analisi complessa in una variabile potrebbe essere utile.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso sarà incentrato sulla teoria della restrizione della trasformata di Fourier. L'obiettivo del corso consiste infatti nel formulare e discutere la Congettura di Restrizione, uno dei più profondi problemi non risolti in Analisi Matematica.

Cercheremo di realizzare questo obiettivo partendo dalla definizione della trasformata di Fourier sullo spazio euclideo  $n$ -dimensionale  $E$  e dallo studio delle sue proprietà elementari.

### **Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali ed esercizi da risolvere per casa.

### **Contenuti :**

Una delle prime questioni affrontate in analisi armonica è stata l'analisi delle proprietà di limitatezza della trasformata di Fourier tra spazi di Lebesgue. Questo problema è stato risolto agli inizi del ventesimo secolo attraverso la disuguaglianza di Hausdorff-Young, che dimostreremo e discuteremo.

Il problema della restrizione è una generalizzazione di tale risultato e consiste nello studiare le proprietà di limitatezza della trasformata di Fourier tra spazi di Lebesgue su  $E$  e spazi di Lebesgue su sottovarietà  $S$  di  $E$ . Diversi fatti interessanti relativamente a tali proprietà di limitatezza sono stati scoperti da Elias Stein negli anni sessanta. L'osservazione fondamentale è che la curvatura di  $S$  gioca un ruolo importante: la sfera  $(n-1)$ -dimensionale è associata a disuguaglianze qualitativamente diverse da quelle associate a un disco della stessa dimensione.

Una delle prime questioni affrontate in analisi armonica è stata l'analisi delle proprietà di limitatezza della trasformata di Fourier tra spazi di Lebesgue. Questo problema è stato risolto agli inizi del ventesimo secolo attraverso la disuguaglianza di Hausdorff-Young, che dimostreremo e discuteremo. Il problema della restrizione è una generalizzazione di tale risultato e consiste nello studiare le proprietà di limitatezza della trasformata di Fourier tra spazi di Lebesgue su  $E$  e spazi di Lebesgue su sottovarietà  $S$  di  $E$ . Diversi fatti interessanti relativamente a tali proprietà di limitatezza sono stati scoperti da Elias Stein negli anni sessanta. L'osservazione fondamentale è che la curvatura di  $S$  gioca un ruolo importante: la sfera  $(n-1)$ -dimensionale è associata a disuguaglianze qualitativamente diverse da quelle associate a un disco della stessa dimensione.

Stein, dopo avere provato un risultato non banale in questo ambito, formulò una congettura che è stata provata in dimensione due da Charles Fefferman e che rimane aperta in dimensione maggiore o uguale a tre. Dopo avere studiato la dimostrazione dei teoremi di Stein e di Fefferman, vedremo che in dimensione alta la congettura di restrizione è legata a diversi altri problemi aperti (per esempio, al problema di Kakeya e alla congettura di Bochner-Riesz), che, compatibilmente con i limiti di tempo, cercheremo di discutere.

### **Modalità di esame :**

Esame orale

### **Criteri di valutazione :**

La valutazione del livello di apprendimento dello studente si basa sul risultato della prova orale.

### **Testi di riferimento :**

Thomas H. Wolff, Lectures in harmonic analysis. ; ,

Elias M. Stein with the assistance of Timothy S. Murph, Harmonic analysis real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals.

Princeton: Princeton university press, 1993

---

## **ANALISI STOCASTICA**

(Titolare: Dott.ssa ALESSANDRA BIANCHI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00 CFU

### **Prerequisiti :**

Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in  $\mathbb{R}^d$ , equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

### **Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso intende fornire una buona conoscenza del moto browniano, dell'integrale stocastico e delle loro applicazioni, da un punto di vista sia teorico che pratico.

### **Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali ed esercitazioni.

### **Contenuti :**

Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base).

Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale.

Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali.

Martingale a tempo discreto e continuo.

Integrale stocastico: costruzione e proprietà.

Calcolo di  $It\tilde{A}$ : formula di  $It\tilde{A}$ , prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale.

Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

### **Modalità di esame :**

Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

### **Criteri di valutazione :**

Alla valutazione finale concorrono, rispettivamente con percentuale di circa 60% e 40%, la prova scritta e la prova orale. Nella prova scritta è richiesta la soluzione di esercizi, sia di natura teorica che applicativa. Nella prova orale l'enfasi è posta su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

### **Testi di riferimento :**

Baldi, Paolo, Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni. Bologna: Pitagora, 2000

Karatzas, Ioannis; Shreve, Steven E., Brownian motion and stochastic calculus. New York [etc.]: Springer, 0

---

## **ANALISI SUPERIORE**

(Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede  
**Aule :** 2BC/45

**Prerequisiti :**

Analisi funzionale di base. Analisi reale.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Padroneggiare tecniche avanzate di analisi funzionale lineare e non lineare.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Teoria delle distribuzioni.

Analisi convessa.

Il principio variazionale di Ekeland e applicazioni.

PDE con contenuto geometrico.

**Modalità di esame :**

Prova orale.

**Criteri di valutazione :**

Maturità matematica e conoscenza della materia.

**Testi di riferimento :**

Ambrosetti, Antonio; Malchiodi, Andrea, *Nonlinear analysis and semilinear elliptic problems*. Cambridge: Cambridge University Press, 0

Grubb, Gerd, *Distributions and operators*. New York: Springer, 0

Ekeland, Ivar; Temam, Roger, *Convex analysis and variational problems*. Philadelphia: SIAM, 0

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Le lezioni saranno messe tutte in rete in pdf.

---

## ANELLI E MODULI

(Titolare: Prof.ssa SILVANA BAZZONI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite.

Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti :**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti.

Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri.

I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piatte, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati.

Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalità di esame :**

Esame scritto con discussione dell'elaborato.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento :**

B.B Stenrom, *Rings of quotients*. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975

C.A. Weibel, *An Introduction to Homological Algebra*. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994

J. Rotman, *An introduction to Homological Algebra*. New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

---

## CALCOLO DELLE VARIAZIONI

(Titolare: Prof. ROBERTO MONTI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

I corsi di Analisi 1 e 2 e di Analisi Reale

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo studente sarÃ tenuto ad acquisire le conoscenze di base della Teoria Geometrica della Misura e del Calcolo delle Variazioni

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali alla lavagna

**Contenuti :**

Metodo diretto del Calcolo delle variazioni

-Funzionali classici

Equazioni di Eulero-Lagrange

Equazione di Du Bois-Reymond

Metodo di convessità (metodi indiretti)

Principio di Fermat per l'ottica geometrica

Problema della brachistocrona

-Funzionali del solo gradiente

Condizione di pendenza limitata

-Funzionali sugli spazi di Sobolev

Elementi essenziali sugli spazi di Sobolev

Convessità e semicontinuità inferiore in  $W^{1,p}$

Esistenza dei minimi in  $W^{1,p}$

Esempi

-Funzioni a variazione limitata

Definizione e Teorema di Riesz

Decomposizione della misura gradiente distribuzionale

Semicontinuità inferiore e approssimazione

Teorema di compattezza e disuguaglianza di Poincaré

Tracce ed estensioni

Proprietà fini e funzioni  $SBV$

Funzionale di Mumford-Shah

-Insiemi di perimetro finito

Definizione ed esempi

Una soluzione del problema di Plateau

Frontiera ridotta e stime di densità

Blow-up della frontiera ridotta

Struttura della frontiera ridotta

-Superfici minime

Formula dell'area per grafici  $SC^1$

Superfici minime

Formula di rappresentazione di Weierstrass

Formula di monotonia per insiemi stazionari

-Teorema isoperimetrico

Riarrangiamento di Steiner

Proprietà isoperimetrica della sfera

Disuguaglianza isoperimetrica quantitativa

Riarrangiamento di Schwarz

Formula di coarea

- $\Gamma$ -convergenza

Rilassamento

$\Gamma$ -limiti

Funzionale di Modica-Mortola

-Cenni alla teoria del trasporto ottimo

Problema di Monge

Formulazione di Kantorovic

Teorema di Brenier

Applicazione alla disuguaglianza isoperimetrica

-Cenni alla teoria delle correnti

Correnti, massa e bordo

Correnti rettificabili. Problema di Plateau

Teorema di deformazione

Cenni sulla regolarità

Le varietà olomorfe sono minime

Coni di Simon

**Modalità di esame :**

Risoluzione degli esercizi settimanali e/o prova orale.

**Criteri di valutazione :**

Lavoro consapevole sugli esercizi, conoscenza

dei principali contenuti teorici.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Il materiale di riferimento verrà segnalato durante il corso.

Appunti manoscritti disponibili on-line

## CRITTOGRAFIA

(Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Gli argomenti dei corsi di Algebra, Analisi I.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezione frontale.

**Contenuti :**

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimalty tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve.  
Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

**Modalità di esame :**

Esame scritto

**Criteri di valutazione :**

Durante la prova scritta lo studente dovrà rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verrà assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

**Testi di riferimento :**

A. Languasco e A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Utilizzeremo i seguenti testi:

- 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian).
- 2) N.Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1994.
- 3) R.Crandall, C.Pomerance, - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005.
- 4) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994

## EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARTINO BARDI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** Torre Archimede, via Trieste 63  
**Aule :** aula 2AB45

**Prerequisiti :**

Calcolo differenziale e integrale in  $\mathbb{R}^n$  variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso ha lo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarità e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali di tipo Hamilton-Jacobi; di introdurlo alla teoria elementare dei giochi e a quella dei giochi differenziali.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente.

**Contenuti :**

1a parte:

- Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni.
- Il metodo delle caratteristiche.
- Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax.
- Introduzione alle soluzioni di viscosità : buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy.
- Introduzione alla teoria del controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali.

2a parte:

- Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze.
- Giochi a N persone: equilibri di Nash.
- Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback.

- Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore.
- Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore.

**Modalità di esame :**

Prova orale.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacità di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

**Testi di riferimento :**

L.C. Evans, *Partial Differential Equations*. Providence: A.M.S., 1998

M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations*. Boston: Birkhauser, 1997

E.N. Barron, *Game theory*. Hoboken: Wiley, 2008

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Vengono indicati tre testi di riferimento.

## FISICA MODERNA

(Titolare: Prof.ssa ORNELLA PANTANO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 56A+8E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscere i fondamenti di Fisica Classica relativi agli ambiti di Meccanica, Elettromagnetismo e Termodinamica.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso ha come obiettivo l'apprendimento delle idee fondamentali alla base dello sviluppo della fisica moderna anche in relazione alla loro evoluzione storica. Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere le idee fondamentali, in particolare della relatività e della fisica quantistica, e gli esperimenti cruciali che hanno portato allo sviluppo della Fisica Moderna. Dovrà inoltre aver appreso i modelli teorici di base e dovrà saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in contesti astrofisici o di alte energie.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

La metodologia di insegnamento prevede lezioni frontali, lavori di gruppo per approfondire alcuni temi del corso, uscite didattiche alla sezione di Fisica Moderna del Museo di Storia della Fisica e/o ai Laboratori Nazionali di Legnaro.

**Contenuti :**

FISICA MODERNA

Prima parte: Introduzione alla Relatività

Docente: Ornella Pantano

Trasformazioni di Galileo e relatività galileiana. Elettromagnetismo e relatività galileiana. Esperimento di Michelson-Morely. I postulati della teoria della Relatività speciale. Relatività della simultaneità. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi. Trasformazioni di Lorentz. Invarianza dell'intervallo spazio-temporale. Coni luce e causalità. Composizione delle velocità. Tempo proprio e paradosso dei gemelli. Equivalenza massa energia. Relazione tra quantità di moto ed energia. Particelle di massa nulla. Urti e decadimenti. Cenno al formalismo covariante.

Il principio di equivalenza. Il principio di Relatività generale. Deformazione dello spazio-tempo e deviazione dei raggi di luce in presenza di gravità. Buchi neri. Cenno alla struttura matematica della Relatività generale. La geometria dell'Universo e i modelli cosmologici.

Seconda parte: Introduzione alla Meccanica quantistica

Docente: Samir Simon Suweis

Luce: Newton, Huygens. Gli esperimenti Young e Fresnel. Maxwell, onde elettromagnetiche e luce. Corpo Nero. Legge di Rayleigh-Jeans, spostamento di Wien, e catastrofe ultravioletta.

Il quanto di Max Planck. Einstein, effetto fotoelettrico e fotoni. Esperimento di Lenard e di Millikan. Raggi x.

Esistenza degli atomi. Moto Browniano e spiegazione di Einstein. Modello di Thompson e esperimento di Rutherford, Masden e Geiger.

Fallimento della fisica classica: stabilità della materia e spettroscopia dell'idrogeno (formula di Balmer, Lyman e Paschen).

Modello dell'atomo di Bohr. I primi successi: Righe di Pickering-Fowler, esperimento di Moosley (raggi x) e Hertz (atomi mercurio)

Effetto Compton. Ipotesi di de Broglie. Esperimento di Davisson e Germer.

Struttura fine dello spettro di idrogeno. Effetto Zeeman ed effetto Stark\*. Sommerfeld e i numeri quantici orbitali\*

Esperimento delle due fenditure per particelle quantistiche. Le idee base: funzione d'onda, interpretazione probabilistica. Principio di indeterminazione di Heisenberg.

Equazione di Schrodinger. Cenni alla struttura matematica della meccanica quantistica: operatori e autovalori.

Effetto tunnel e radioattività. Quantizzazione dell'energia nella buca di potenziale e del momento angolare, stabilità della materia 1.

Quantizzazione dell'energia nella buca di potenziale e del momento angolare, stabilità della materia 2.

Spin. Particelle quantistiche identiche. Principio di esclusione di Pauli e impenetrabilità della materia.

Atomo di Idrogeno

**Modalità di esame :**

L'esame prevede esercizi da svolgere assegnati per casa, una breve prova orale dove si discute uno degli esercizi assegnati e la presentazione di un lavoro scritto di approfondimento su uno dei temi affrontati.

**Criteri di valutazione :**

Il candidato dovrà dimostrare di conoscere gli argomenti di fisica moderna trattati nel corso e di saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in ambito astrofisico o delle alte energie.

Sarà valutato positivamente la padronanza dei modelli teorici, la capacità di utilizzarli per risolvere esercizi, la conoscenza della loro



evoluzione storica, la capacità di valutare in quali ambiti e sotto quali condizioni i modelli e le teorie di fisica classica non sono applicabili e la capacità espositiva.

**Testi di riferimento :**

Arthur Beiser, *Concepts of Modern Physics*. : McGraw-Hill, 2003

B. Schultz, *A First Course in General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009

G. Carlo Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio*. : Saggiatore, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Durante il corso saranno forniti appunti del corso, testi scritti o link per approfondire alcuni degli argomenti trattati. La bibliografia di riferimento Ã da considerarsi di consultazione e saranno indicati durante il corso le parti di interesse in relazione agli argomenti trattati.

---

## FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

(Titolare: Dott. LUCA BARACCO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di una variabile complessa, calcolo differenziale, geometria differenziale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni in lingua inglese.

**Contenuti :**

1. Differenziali reali/complessi
2. Formula di Cauchy nel poldisco
3. Funzioni subarmoniche
4. Analiticità separata
5. Funzioni analitiche e serie convergenti
6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy
7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione olomorfa
8. Domini di olomorfia e domini pseudoconvessi
9. Stime L2 nel problema Neumann

**Modalità di esame :**

esame orale.

**Testi di riferimento :**

L. Hormander, *An introduction to complex analysis in several variables*. : North-Holland, 1990

A. Boggess, *CR manifolds and the tangential Cauchy-Riemann complex*. : CRC Press, 1991

S.C. Chen, M.C. Shaw, *Partial Differential Equations in several complex variables*. : AMS/IP, 2001

---

## GEOMETRIA ALGEBRICA 1

(Titolare: Prof.ssa ORSOLA TOMMASI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basic commutative algebra and basic geometry of the first 3 years in math.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

We will learn the method of the schemes and the way how to make more arithmetic the study of the geometry

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

class and homeworks

**Contenuti :**

schemes, sheaves and basic algebraic geometry.

**Modalità di esame :**

There will be a written examination

**Criteri di valutazione :**

We will try to see how the student will learn the new methods as schemes, sheaves etc in order to attack geometric problems

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

we will indicate some books and preprints.

---

## GEOMETRIA ALGEBRICA 2

(Titolare: Prof.ssa CARLA NOVELLI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Basi di topologia e algebra commutativa.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni e esercizi proposti.

**Contenuti :**

Introduzione a variet  affini e proiettive.

Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali.

Singolarit  e risoluzione di singolarit  . Scoppiamenti.

Introduzione a fasci e coomologia.

Curve razionali e divisori su variet  .

Ampiezza e coni di curve.

Raggi estremali e contrazioni estremali.

Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali.

Variet  di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

**Modalita' di esame :**

Seminario.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente sia baser  sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacit  di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento :**

Arnaud Beauville, *Complex Algebraic Surfaces (Second Edition)*. London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Olivier Debarre, *Higher-Dimensional Algebraic Geometry*. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001

Ja'nos Kolla'r & Shigefumi Mori, *Birational Geometry of Algebraic Varieties*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998

Kenji Matsuki, *Introduction to the Mori Program*. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

---

## GEOMETRIA DIFFERENZIALE

(Titolare: Prof. FRANCESCO BOTTACIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze basilari di analisi matematica, algebra lineare, geometria euclidea e topologia.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Calcolo differenziale e integrale sulle variet  differenziabili.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Distribuzione di fogli di esercizi da risolvere per casa.

**Contenuti :**

Variet  differenziabili, sottovariet , morfismi tra variet .

Spazio tangente, il teorema di Frobenius.

Fibrati vettoriali: il fibrato tangente (campi di vettori), il fibrato cotangente (1-forme), fibrati tensoriali (campi tensoriali).

Forme differenziali. L'algebra esterna.

Integrazione di forme differenziali.

Il teorema di Stokes.

Connessioni su fibrati vettoriali, curvatura.

Metriche. Geometria (pseudo)riemanniana.

Gruppi e algebre di Lie (propriet  basilari).

**Modalita' di esame :**

Prova scritta seguita da una prova orale.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione del livello di apprendimento dello studente si basa sul risultato della prova scritta, integrata dalla valutazione ottenuta nella prova orale.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

---

## INTRODUZIONE AI PROCESSI STOCASTICI

(Titolare: Prof. MARCO FERRANTE) - Mutuato da: Laurea magistrale in Scienze Statistiche (Ord. 2014)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 64A; 8,00 CFU

**Sede dell'insegnamento:** Statistica

**Prerequisiti:**

Un corso base di Calcolo delle Probabilità

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza approfondita delle catene di Markov a tempo discreto e tempo continuo, con capacità di risolvere autonomamente esercizi e problemi anche di livello avanzato.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

64 ore di lezioni frontali (34 teoria e 30 esercitazioni)

**Contenuti:**

Definizione di processo stocastico. Probabilità condizionata e valore atteso condizionato. Indipendenza condizionata.

Catene di Markov a tempo discreto: definizione. Matrice di transizione, leggi congiunte e proprietà di Markov. Random Walk e sue proprietà. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Probabilità e tempo medio di assorbimento. Classificazione degli stati. Distribuzioni invarianti. Teorema di Markov. Periodicità. Teorema ergodico.

Processo di Poisson: costruzione del processo e definizioni equivalenti. Principali proprietà ed alcune importanti applicazioni.

Catene di Markov a tempo continuo: definizione. Matrice generatrice. Principali proprietà, classificazione degli stati, probabilità e tempo medio di assorbimento, distribuzioni invarianti. Teorema ergodico.

Applicazioni: Processi di nascita e morte. Teoria delle code. Modelli legati allo sport e all'Information Retrieval

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

Homeworks (10%) - Esame finale (90%)

**Testi di riferimento:**

J.Norris, Markov Chains. Cambridge: Cambridge University Press, 1996

Paolo Baldi, Calcolo delle probabilità (2 ed.). Milano: McGraw-Hill, 2011

---

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

(Titolare: Prof. ALBERTO FACCHINI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede

**Prerequisiti:**

Corsi di Algebra 1 e Algebra 2.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Questo è un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalità di esame:**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione:**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento:**

Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2017

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo è "Introduction to ring and module theory", Fourth edition, September 2017.

---

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI

(Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti:**

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie più importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

**Modalita' di esame :**

Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

**Criteri di valutazione :**

Verifica sulla apprendimento delle nozioni insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

**Testi di riferimento :**

I.M. Isaacs, Finite group theory. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

J. Wilson, Profinite groups. Oxford: Clarendon Press, 1998

---

## INTRODUZIONE ALLE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

(Titolare: Prof. FABIO ANCONA)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Calcolo integrale e differenziale.

Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie.

Nozioni di base di analisi complessa (funzioni di variabile complessa, funzioni olomorfe e analitiche).

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Nozioni basilari di teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

La metodologia d'insegnamento utilizzata sara' la lezione frontale.

**Contenuti :**

Piano didattico:

- Equazioni del primo ordine: equazioni di trasporto a coefficienti costanti, leggi di conservazione (soluzioni classiche e deboli, condizioni di Rankine-Hugoniot, problema di Riemann).

- Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, metodo delle medie sferiche, principio di Duhamel, unicita', velocita' finita di propagazione.

- Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprieta', formule del valor medio, disuguaglianza di Harnack, principio del massimo. Equazione di Poisson. Funzione di Green e formula di Poisson di rappresentazione delle soluzioni.

- Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione.

Unicita' e stabilita' delle soluzioni.

Formule del valor medio, principio del massimo, principio del massimo di Hopf.

**Modalita' di esame :**

L'esame consiste di una prova orale.

La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio.

**Criteri di valutazione :**

I criteri adottati saranno i seguenti:

-chiarezza e rigore dell'esposizione di enunciati e teoremi

-completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione

-capacita' di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

**Testi di riferimento :**

Salsa, Sandro, Partial differential equations in action from modelling to theory Sandro Salsa. Cham [etc.]: Springer, 2015

L.C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2010

W. A. Strauss, Partial Differential Equations. An Introduction. New York: Wiley, 1992

---

## LOGICA MATEMATICA 2

(Titolare: Prof. GIOVANNI SAMBIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

E' caldamente suggerito, ma non strettamente necessario, aver seguito un corso di introduzione alla logica matematica.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Topologia costruttiva. Motivazioni teoriche e sviluppo in pratica. Strutture nuove emerse con la trattazione costruttiva.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Si intende sollecitare la partecipazione attiva di ogni studente, allo scopo di mettere in moto la sua visione critica, oltre che l'apprendimento nozionistico. Quindi le lezioni tradizionali saranno accompagnate da discussioni in aula, da esercizi da svolgere personalmente e da approfondimenti a scelta su temi concordati con il docente su articoli relativi ai temi del corso.

**Contenuti :**

Strumenti di una fondazione minimalista.

Basic pair, relation-pair, spazi concreti, topologie basic, topologie positive, immersione degli spazi concreti nelle topologie positive, punti ideali e spazi ideali.

**Modalita' di esame :**

A scelta tra una di queste tre opzioni:

1. orale su tutto il materiale del corso;
2. scritto su tutto il materiale del corso;
3. relazione orale su tema approfondito in accordo con il docente e presentazione delle soluzioni di esercizi assegnati a lezione.

**Criteri di valutazione :**

Capacita' dello studente di utilizzare i concetti appresi durante il corso in modo personale. Capacita' di svolgere alcuni semplici esercizi, come applicazione dei concetti appresi e delle loro principali proprieta'.

**Testi di riferimento :**

G. Sambin, *Positive topology and the basic picture. New structures emerging from constructive mathematics.* : Oxford U.P., 2018

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense del docente, esercizi assegnati in aula e articoli per approfondimenti proposti dal docente.

---

**MATEMATICHE COMPLEMENTARI**

(Titolare: Prof. FRANCESCO CIRAULO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Nozioni base di geometria, algebra lineare e teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

L'obiettivo generale del corso e' di approfondire argomenti di geometria euclidea toccando soprattutto alcune scoperte moderne (dal XVIII secolo ad oggi).

Si adotta un approccio sintetico con uso intensivo delle trasformazioni geometriche.

Si presta particolare attenzione allo sviluppo storico della disciplina e ai programmi scolastici delle scuole secondarie.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali ed esercitazioni con la partecipazione degli studenti.

Alcune lezioni prevederanno l'uso di un software di geometria dinamica.

**Contenuti :**

Trasformazioni del piano, isometrie, similitudini.

Cenni all'inversione circolare e alle isometrie dello spazio.

Triangoli e loro punti notevoli.

Triangolo mediale e triangolo ortico.

Cerchio dei nove punti.

Cerchi tritangenti. Teorema di Feuerbach.

Potenza di un punto rispetto ad un cerchio.

Teorema di Eulero.

Cerchio di Apollonio.

Teoremi di Ceva e Menelao.

Alcune relazioni metriche e trigonometriche relative ad un triangolo.

Punti di Fermat, triangolo di Napoleone.

Triangolo di Morley.

Coniche come involuppo (cenni).

Quadrangoli ciclici. Teorema di Tolomeo.

Birapporti. Costruzioni del quarto armonico.

Geometria piegando la carta (cenni).

I solidi platonici e le loro simmetrie (via software geometrico).

**Modalita' di esame :**

Prova orale.

**Criteri di valutazione :**

Verra' valutata la correttezza formale nella dimostrazione di teoremi inerenti ai contenuti del corso e la capacita' di applicare le conoscenze acquisite nella risoluzione di esercizi e problemi.

**Testi di riferimento :**

Scimemi, Benedetto, *Geometria sinteticatrasformazioni triangoli coniche* Benedetto Scimemi. Padova: CLEUP, 2012

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Oltre al testo di riferimento indicato, si consigliano i seguenti testi di approfondimento:

- Coxeter and Greitzer, *Geometry revisited*, The Mathematical Association of America, 1967;
- Dedaci, *Trasformazioni geometriche*, Decibel-Zanichelli, 1996.

---

**MATEMATICHE ELEMENTARI PVS**

(Titolare: Prof. GIOVANNI SAMBIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

I prerequisiti matematici sono minimi e comunque ampiamente coperti dai corsi della laurea triennale. E' auspicabile una conoscenza

anche sommaria di: storia della matematica, logica, teoria degli insiemi.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Utilizzando le diverse concezioni della matematica nel loro sviluppo storico, ci si propone di fornire una cornice concettuale in cui inserire le conoscenze tecniche specifiche e di stimolare una visione aperta e dinamica della matematica, utile ad ogni laureato in matematica e in particolare al futuro insegnante.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Si intende sollecitare la partecipazione attiva di ogni studente, allo scopo di mettere in moto la sua visione critica, oltre che l'apprendimento nozionistico. Quindi le lezioni tradizionali saranno accompagnate da discussioni in aula e anche relazioni su temi specifici tenute dagli studenti e preparate assieme al docente. L'esperienza ormai di parecchi corsi cos'è impostati ci dice che davvero si raggiunge una interazione molto vivace tra i membri del gruppo (studenti e docente)

**Contenuti :**

La concezione geometrica della matematica nell'antica Grecia da Pitagora ad Euclide; il metodo assiomatico di Euclide.

Lo sviluppo dell'algebra nel medioevo e la nascita del calcolo infinitesimale.

Nuovi aspetti della matematica dell'800: algebra, geometria, analisi. Le geometrie non-euclidee e il metodo assiomatico moderno. Evoluzione del concetto di funzione. Analisi delle strutture "matri": numeri naturali e numeri reali.

Il problema dei fondamenti. Cantor, Dedekind, Peano. I paradossi della teoria degli insiemi e la "crisi dei fondamenti". Logicismo, intuizionismo, formalismo.

La nascita dei computer. La pluralità delle proposte fondazionali di oggi. Matematica e computer.

**Modalità di esame :**

Una relazione orale e scritta su un tema concordato viene preparata individualmente o a piccoli gruppi e tenuta durante il corso. Alternativamente, un esame orale finale valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di collegarli.

**Criteri di valutazione :**

Capacità di apprendere nozioni nuove ma soprattutto di valutare le nozioni di base da un punto di vista personale e critico.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Dispense fornite dal docente e vari libri di testo consigliati durante il corso.

---

## MECCANICA HAMILTONIANA

(Titolare: Prof. ANTONIO PONNO) - Mutuato da: Laurea magistrale in Fisica (Ord. 2014)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze della meccanica hamiltoniana di base, a livello del corso di meccanica analitica (terzo anno, laurea in fisica).

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Lo studente, al superamento della prova di profitto, avrà acquisito conoscenze tali da metterlo in grado di comprendere alcuni articoli originali sugli argomenti trattati nel corso.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso viene erogato tramite lezioni frontali alla lavagna.

**Contenuti :**

Proprietà generali. Strutture di Poisson ed estensione del formalismo canonico. Elementi di teoria Hamiltoniana delle perturbazioni: principio della media (classico e quantistico). Sistemi di Lie-Poisson e loro connessione con i gruppi di Lie e le relative algebre. Formalismo lagrangiano e hamiltoniano per sistemi infinito-dimensionali. Equazioni alle derivate parziali lineari e non lineari di interesse per la fisica. Struttura hamiltoniana della meccanica quantistica.

**Modalità di esame :**

Esame scritto sul programma del corso.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione dello studente si baserà sulla verifica di comprensione degli argomenti "astratti" e sulla conseguente capacità di risolvere eventuali esercizi.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Le dispense del docente coprono la maggior parte degli argomenti trattati a lezione.

---

## MECCANICA SUPERIORE

(Titolare: Prof. FRANCO CARDIN)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti :**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno.

Coomologia. Varieta' Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney.

Geometria simplettica, Varieta' simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varieta' simplettiche.

Parametrizzazioni locali e globali delle sottovarieta' Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-HV"ormander.

Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di

Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei

punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varieta' Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale,

dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalita' di esame :**

Scritto.

**Criteri di valutazione :**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento :**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics. : BirkhÅuser, 1994

Arnol'É'd, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989,

McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998

F. Cardin, Elementary Symplectic Topology and Mechanics. : Springer Verlag, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

F. Cardin: Elementary Symplectic Topology & Mechanics, in stampa, pdf distribuito dall'autore.

## METODI NUMERICI PER L'ANALISI DEI DATI

(Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI)

**Periodo:** 1 anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano:

- le nozioni di base del calcolo numerico;
- conoscenza generale dell'analisi matematica;
- i concetti fondamentali di probabilitÅ e statistica;
- una competenza di base nella programmazione al calcolatore.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Le conoscenze ed abilitÅ che lo studente avrÅ acquisito al superamento della prova di profitto riguardano:

- un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica;
- la capacitÅ di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet;
- un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati;
- la capacitÅ di progettare, implementare e verificare sperimentalmente algoritmi numerici al calcolatore;
- la capacitÅ di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione).

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che Å" parte fondamentale del percorso di apprendimento.

Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

**Contenuti :**

Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici.

Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-freuenza. Introduzione alla trasformata wavelet.

Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD).

Problemi ai minimi quadrati: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprieta' statistiche della soluzione. Varianti: forma ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares.

Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici.

Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov.

Metodi numerici per la stima dei parametri di modelli ARMA e nello spazio degli stati (Ho-Kalman, metodi subspace), e di reti neurali (back-propagation).

Analisi di serie storiche.  
Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman).

Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

**Modalità di esame :**

L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al computer.

**Testi di riferimento :**

F. Marcuzzi, *Analisi dei dati mediante modelli matematici*. : (e-book), 2017

---

## METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

(Titolare: Prof. MARIO PUTTI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Analisi Matematica 1 e 2, con elementi di equazioni differenziali e teoria delle funzioni. Analisi Numerico e Algebra lineare. Le esercitazioni richiederanno conoscenze elementari di programmazione in Matlab.

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Il corso affronterà metodi di calcolo scientifico per la soluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate parziali sia dal punto di vista applicativo che teorico. Il corso fornirà inoltre molti degli strumenti necessari alla risoluzione efficace dei sottoproblemi che appaiono in questo contesto (equazioni differenziali ordinarie, sistemi di equazioni lineari e non). Le esercitazioni all'elaboratore forniranno agli studenti le competenze necessarie per l'implementazione degli algoritmi trattati.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Laboratorio di calcolo. Gli aspetti teorici della materia verranno affrontati alla lavagna. Gli aspetti pratici di implementazione e uso degli algoritmi verranno studiati al computer.

**Contenuti :**

Equazioni differenziali ordinarie - Generalità, Esistenza e unicità della soluzione. Metodi discreti - Metodi ad un passo, metodi di Runge-Kutta, ordine, convergenza; Metodi multistep, ordine, convergenza. Problemi stiff - stabilità lineare, metodi impliciti, implementazione. Caratterizzazione delle PDE. Principali problemi modello usati nella pratica. Equazioni ellittiche: formulazione debole; formulazione FEM; spazi di Hilbert; condizioni al contorno di Dirichlet e di Neumann. Formulazione astratta del problema FEM: norma energia, discretizzazione, stime dell'errore, regolarità della soluzione. Equazioni paraboliche: discretizzazioni in spazio-tempo. Stime dell'errore per i metodi di Eulero e di Crank-Nicolson. Applicazioni a problemi nonlineari.

**Modalità di esame :**

Esame orale con discussione degli elaborati delle esercitazioni.

**Criteri di valutazione :**

30% elaborati di Laboratorio  
70% discussione orale

**Testi di riferimento :**

Quarteroni, Alfio, *Numerical Models for Differential Problems*. Springer Milan: , 2014

Quarteroni, Alfio; Valli, Alberto, *Numerical approximation of partial differential equations* Alfio Quarteroni, Alberto Valli. Heidelberg: Springer, 0

Hairer, Ernst; Wanner, Gerhard, <<2: >>Stiff and differential-algebraic problems E. Hairer, G. Wanner. Berlin [etc.]: Springer, 0

Hairer, Ernst; Wanner, Gerhard, <<1: >>Nonstiff problems E. Hairer, S. P. Norsett, G. Wanner. Berlin [etc.]: Springer, 0

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Saranno messe a disposizione degli studenti dispense in lingua inglese su gran parte o tutto il materiale trattato

---

## METODI STOCASTICI PER LA FINANZA

(Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Analisi stocastica (Propedeutico per gli studenti della laurea in matematica)

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

The course presents some important models that are typically used in the banking industry.

The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

**Contenuti :**



The pricing problem in the binomial models  
Risk neutral pricing in the discrete time world  
European and American options in the binomial model.

Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time.  
Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula.  
Black&Scholes via PDE and via Girsanov.  
Hedging and completeness in the Black&Scholes framework.  
Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time.  
Put Call parity, dividends and static vs dynamic hedging.  
The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios.

Barrier options pricing in the Black&Scholes model.  
Quanto option pricing in the Black&Scholes model.

Multi asset markets, pricing and hedging.  
Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model.  
Incomplete markets: quadratic hedging.

Smile and skew stylized facts.  
Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility.  
The Heston model.

Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks.  
Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models.  
Cap&Floor pricing in the short rate approaches. The pricing of swaptions.

Forward rate models: HJM approach, the drift condition and BGM models.  
Change of numeraire and Forward Risk Neutral measure.  
LIBOR and Swap models.

#### **Modalita' di esame :**

Final examination based on: Written and oral examination.

#### **Criteri di valutazione :**

Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

#### **Testi di riferimento :**

T. Bjork, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, Second Edition, 2004  
D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance.. : Cambridge University Press., 2000  
J. Hull, Options, Futures and Other Derivatives. : Pearson, 8th edition, 2012

#### **Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Lecture notes and reference books will be given by the lecturer.

## **OMOLOGIA E COOMOLOGIA**

---

(Titolare: Prof. BRUNO CHIARELLOTTO)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00 CFU

#### **Prerequisiti :**

Ci si aspetta che lo studente abbia già visto la possibilità di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale..) e che conosca l'esistenza di topologie come la topologia di Zariski.

#### **Conoscenze e abilità da acquisire :**

basic commutative algebra and algebraic geometry

#### **Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

in class and homeworks.

#### **Contenuti :**

Partendo da costruzioni fondamentali della topologia algebrica introdurremo il concetto di omologia e coomologia di uno spazio topologico. In seguito vedremo come tale concetto abbia altre realizzazioni seguendo la specializzazione di tale spazio in varietà algebrica e/o spazio analitico (de Rham).

#### **Modalita' di esame :**

tailored on the basis of the students attitudes: oral and homeworks.

#### **Criteri di valutazione :**

some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

#### **Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

#### **Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

we will indicate them during the class: as a part of a book or/and notes.

## OTTIMIZZAZIONE

(Titolare: Prof. MICHELANGELO CONFORTI) Insegnamento non attivato per l'a.a 2017/2018

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenza della Programmazione lineare, Algebra Lineare.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Conoscenza delle basi dell'ottimizzazione vincolata, con particolare riferimento alla Programmazione a Numeri Interi.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni ed esercizi svolti in classe

**Contenuti :**

Disuguaglianze e Poliedri  
Metodo di Fourier  
lemma di Farkas  
Poliedri e il Teorema di Minkowski-Weyl  
Coni di recessione  
Dimensione, Involuppo affine  
Facce ed unicita' della rappresentazione  
Proiezioni

Formulazioni Ideali  
Totale unimodularita'  
Graf orientati  
Flussi, cammini, circolazioni  
Matchings  
Alberi di peso minimo  
Teorema di Meyer  
Unione di poliedri

Disuguaglianze valide per problemi di ottimizzazione intera  
Disuguaglianze split  
Disuguaglianze di Gomory mixed-integer e frazionarie  
Disuguaglianze di Chvatal

**Modalita' di esame :**

Esame Scritto

**Criteri di valutazione :**

Conoscenza della materia, capacita' di sviluppare argomenti inerenti alla materia in maniera autonoma.

**Testi di riferimento :**

M. Conforti, G. Cornuejols, G. Zambelli, *Integer Programming*. New York: Springer, 2014

## RICERCA OPERATIVA

(Titolare: Prof. FRANCESCO RINALDI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Opportuna, ma non necessaria, conoscenza di base della teoria della Programmazione Lineare

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Imparare a costruire e utilizzare modelli matematici per il supporto alle decisioni in ambito produttivo, logistico, finanziario. Utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione su casi di studio.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso si basera' su lezioni frontali e laboratori.

**Contenuti :**

- Richiami di programmazione lineare.
- Modelli di programmazione lineare intera.
- Tecniche risolutive per la programmazione lineare intera: branch-and-bound, piani di taglio, generazione di colonne.
- Matrici totalmente unimodulari.
- Modelli di programmazione non lineare.
- Metodi di programmazione non lineare: metodi per problemi non vincolati e vincolati.
- Cenni a metodi di ottimizzazione per sistemi complessi.
- Pacchetti software per l'ottimizzazione.

**Modalita' di esame :**

Durante il corso verrÃ  assegnata una esercitazione di laboratorio (utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione), il cui esito concorrerÃ  alla definizione del voto finale.

Prova scritta alla fine del corso.

Prova orale facoltativa.

**Criteri di valutazione :**

La valutazione della preparazione dello studente si baserÃ  :

- sulla comprensione degli argomenti svolti in aula e laboratorio;

- sull'acquisizione dei concetti di carattere teorico;

- sulla capacitÃ  di utilizzare in maniera autonoma e consapevole i modelli e le metodologie risolutive proposte.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

- Dispense fornite dal docente.

- Testi di consultazione (che perÃ² non saranno seguiti fedelmente):

M. Fischetti, *Lezioni di Ricerca Operativa*, Edizioni Libreria Progetto.

L. Grippo, M. Sciandrone, *Metodi di ottimizzazione per la programmazione non vincolata*, Springer.

## SISTEMI DINAMICI

(Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO')

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Una prima parte del corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varieta` stabile centrale, etc. Ci si focalizzera` quindi sulla differenza fra integrabilita` e, nel caso iperbolico, caoticita`. Il corso e` completato da esercitazioni numeriche al calcolatore.

Lo studente acquisira` conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e sviluppera` una capacita` di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorira` tale apprendimento.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento a piccoli gruppi di lavori numerici.

**Contenuti :**

1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione, equazione alle variazioni. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale.
2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; stabilita`: matrice di monodromia. Applicazioni.
3. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varieta` stabile.
4. Integrabilita`. Invarianza di un'equazione differenziale sotto un'azione di gruppo, riduzione. Simmetrie dinamiche. Teorema di integrabilita` di Bogoyavlenskij. Applicazioni ai sistemi Hamiltoniani.
5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing.
6. Esponenti di Lyapunov.
7. Esperimenti numerici sulle equazioni differenziali.

**Modalita' di esame :**

Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati (per lo piu` numerici) assegnati durante il corso. All'orale possono anche essere richiesti esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Verra` valutata la conoscenza della materia e la qualita` e comprensione degli elaborati numerici svolti.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in

V.I. Arnold, *Equazioni Differenziali Ordinarie* (MIR, 1979)

M.W. Hirsh e S. Smale, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra* (Academic Press, 1974)

F. Fasso`, *Primo sguardo ai sistemi dinamici*. CLEUP

Il programma del corso è coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in

G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici"  
(<http://www.math.unipd.it/~benettin/>)

Fra i testi di consultazione si segnala:

E. Zhender, *Lectures on Dynamical Systems* (EMS, 2010)

C. Chicone, *Ordinary Differential Equations with Application* (II ed), Springer.

Il lavoro in laboratorio utilizzerà il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo è opportuna.

## SPERIMENTAZIONI DI FISICA PER LA DIDATTICA

(Titolare: Dott.ssa SANDRA MORETTO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32L; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento:** Laboratorio Didattico, stanza 309 del Polo Didattico di Fisica, via Loredan 10.

### Prerequisiti :

Conoscenze acquisite nei corsi di base di fisica.

Conoscenze minime di calcolo numerico.

Conoscenze di base di fogli di calcolo.

### Conoscenze e abilità da acquisire :

- Obiettivi didattici e formativi nel campo delle conoscenze e delle competenze

- Obiettivi di esercizio (all'uso degli strumenti e degli apparati di misura e alle procedure di misura e analisi dei dati):

- 1) capire lo strumento di misura e le sue caratteristiche (risoluzione, portata, errore di zero, scale, ecc.);
- 2) imparare a usare correttamente gli strumenti per ridurre gli errori sistematici e gli "sbagli" (es. errori di parallasse nella lettura, ecc.);
- 3) imparare a registrare correttamente i dati (cifre significative, incertezza, unità di misura);
- 4) Imparare a raccogliere i dati in tabelle e a rappresentarli in grafici che aiutino a interpretare i risultati (es. decidere gli intervalli per le classi di una distribuzione, le scale per gli assi di un grafico, l'organizzazione delle colonne di una tabella, ecc.);
- 5) imparare a tenere un registro di laboratorio: in cui tutte le misure fatte (anche quelle sbagliate!) vengono annotate in buon ordine, con indicazione della data, delle condizioni sperimentali e con tutti i commenti.
- 6) imparare a lavorare in gruppo; (non solo perché in molti casi non è possibile eseguire misure o predisporre l'apparato sperimentale da soli, ma anche per l'opportunità di scambiare idee, discutere, confrontarsi)

### Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :

Lezioni frontali introduttive con esperimenti dimostrativi.

Esperimenti per studiare/verificare una legge fisica.

Sono gli esperimenti che tipicamente si fanno in un laboratorio attrezzato. La legge fisica generalmente è già nota. Possono però essere svolti anche come introduzione o preparazione alla legge. Hanno valenze didattiche prevalenti per la misura, l'analisi dei dati, la formalizzazione a posteriori e per gli aspetti addestrativi in generale.

Esperimenti dimostrativi.

Sono usati per attirare l'attenzione e stimolare la riflessione su una particolare fenomenologia, prima di iniziare la discussione dettagliata sull'argomento.

Esperimenti di scoperta.

Sono esperimenti che hanno la caratteristica di stimolare l'interesse e la curiosità e quindi di trascinare a trovare spiegazioni, chiarendo cosa è, generalmente a livello solo qualitativo, i concetti fisici coinvolti

Esperimenti con oggetti o fenomeni della vita di tutti i giorni.

Partono dalla conoscenza e memoria di cose familiari e ben note, o che si crede di conoscere bene, e che si è abituati a descrivere con il linguaggio quotidiano. Aiutano a sviluppare il pensiero critico e il passaggio dal linguaggio quotidiano a quello scientifico.

Uso del computer nel laboratorio di fisica.

Simulazioni: costruzione di vari tipi di simulazioni per osservare fenomeni altrimenti inaccessibili (troppo costosi, infattibili o pericolosi). Il computer può poi essere usato sia per l'analisi dei dati che per la raccolta on-line di dati di un esperimento, mediante opportuni sensori e interfacce di collegamento al computer. Sono utili in particolare per raccogliere dati che variano molto rapidamente o molto lentamente nel tempo

### Contenuti :

Si affronteranno diversi nuclei tematici di fisica, per esempio:

Studio del moto di un corpo su guida rettilinea: acquisizione on-line della distanza mediante sonar, grafici temporali della distanza, velocità ed accelerazione, studio dell'attrito, misura dell'accelerazione di gravità. Analisi degli errori.

Ottica geometrica: leggi della riflessione e della rifrazione. Le proprietà delle lenti loro applicazione nella costruzione di un cannocchiale  
Esperimenti con le onde: generazione e propagazione di onde in un liquido. Misura della lunghezza d'onda. Riflessione e rifrazione di onde piane. Fenomeni di interferenza e diffrazione.

Analisi delle caratteristiche ondulatorie della luce con esperimenti di diffrazione e interferenza con luce laser. Analisi di dati e confronti con il modello teorico.

Conservazione e trasformazione dell'energia. Studio e analisi di fenomeni termici. Esperimenti relativi al I principio della termodinamica. Cambiamenti di stato.

Fenomeni elettrici e magnetici. Campo magnetico generato da una corrente elettrica. Studio dell'induzione elettromagnetica.

Sviluppo di un progetto didattico.

### **Modalità di esame :**

Struttura della verifica di profitto :

Scritta, Orale

La verifica dell'apprendimento prevede un elaborato scritto sugli esperimenti svolti nel laboratorio, e la compilazione di un quaderno di laboratorio

La prova orale consiste di una presentazione di un progetto didattico.

### **Criteri di valutazione :**

L'espressione di un giudizio di competenza sarà classificato secondo tre grandi ambiti specifici: quello relativo ai risultati ottenuti nello svolgimento di un compito o nella realizzazione del prodotto (oggettivo); quello relativo alla percezione che lo studente ha del suo lavoro (soggettivo); quello relativo a come lo studente è giunto a conseguire tali risultati (intersoggettivo).

Le tre prospettive di analisi indicate richiedono strumentazioni differenti, da integrare e comporre in un disegno valutativo plurimo e articolato. Ciascuna di esse utilizzerà dispositivi differenti per essere rilevata e compresa.

In particolare:

Dimensione oggettiva: svolgimenti di compiti operativi, come elaborazioni sugli esperimenti svolti.

Dimensione soggettiva: forme di autovalutazione, con strumenti quali diario di bordo, questionari, ecc.

Dimensione intersoggettiva: protocolli di osservazione, commenti, interazioni tra pari, analisi del comportamento sul campo.

### **Testi di riferimento :**

S.R. Singer, M.L. Hilton, and H.A. Schweingruber, *American Lab Report: Investigations in High School Science..* : Washington, DC: The National Academies Press, 2006

A. B. Aarons, *Guida all'insegnamento della Fisica.* : Zanichelli Editore, 1995

M. Michelini, L. Santi, R. M. Sperandio, *Proposte didattiche su forze e movimento.* : Forum Editrice Universitaria Udinese Srl, 2002

### **Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

Verrà fornito del materiale durante il corso, strutture di relazioni o di acquisizioni dati, esempi di percorsi didattici. In più verranno segnalati le risorse online dedicate alle varie tematiche di fisica affrontate.

## **TEORIA DEI NUMERI 1**

(Titolare: Prof. FRANCESCO BALDASSARRI)

**Periodo:** 1 anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

### **Prerequisiti :**

Un corso standard di Algebra di livello base; sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois; Algebra Lineare; i corsi di Analisi 1 e 2. Sarebbe bene anche avere un po' di familiarità con le funzioni analitiche di una variabile complessa.

### **Conoscenze e abilità da acquisire :**

Corpi di numeri algebrici. Anelli degli interi algebrici; loro determinazione esplicita per corpi quadratici, ciclotomici (e di alcuni corpi cubici). Teoria elementare del discriminante e della ramificazione. Decomposizione di primi in anelli di Dedekind. Estensioni di corpi e decomposizione dei primi in una estensione. Estensioni di Galois di corpi di numeri e teoria di Hilbert. Gruppi di decomposizione e inerzia. Ideale differente e gruppi di ramificazione superiori. Estensioni abeliane e non ramificate. Frobenius. Determinazione esplicita dei sottogruppi di decomposizione e inerzia per ciascun primo in corpi ciclotomici. Sottocorpi quadratici dei corpi ciclotomici. La legge di reciprocità quadratica. Caratteri di gruppi abeliani finiti. Somme di Gauss. Teoria di Minkowski. Finitezza del gruppo di classi e teorema delle unità di Dirichlet. Regolatore. Esempi in casi semplici: unità dei corpi quadratici reali e equazione di Pell. Distribuzione degli ideali in un anello di interi algebrici: calcolo della costante nella formula asintotica. Teoria analitica delle serie di Dirichlet. Funzione zeta di Dedekind. Funzioni L di Dirichlet. Densità polare e densità di Dirichlet. La Formula del numero di classi. Valutazione delle serie L a 1 e somme di Gauss. Caso quadratico. Introduzione alla Teoria del Corpo di Classi.

### **Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Le 2 o 3 relazioni proposte durante il semestre saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli argomenti proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro.

A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà così valutare la capacità espositive dello studente.

L'eventuale esame orale finale consiste in una presentazione orale da svolgere in sede separata su un argomento scelto dal docente con un paio di ore di anticipo per la preparazione.

### **Contenuti :**

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi.
2. Fattorizzazione di elementi e di ideali
3. Domini di Dedekind.
4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici.
5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione.
6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert.
7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin;
8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss.
9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5).
10. Teoria di Minkowski (finitezza del numero di classi e teorema delle unità).
11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi.

Tutto il materiale si trova nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. La parte essenziale del programma consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. I capitoli 6 e 7 sono necessari per ottenere un voto molto buono. Le

lunghe dimostrazioni analitiche reali dei capitoli 5/6/7 non saranno essenziali.  $\hat{A}$  tuttavia necessaria una buona comprensione dei metodi di analisi complessa.

Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

**Modalità di esame :**

Si proporranno 2 o 3 relazioni scritte durante il corso.

Il loro scopo  $\hat{A}$  di verificare la comprensione delle lezioni e l'interesse per la materia.

Un esame scritto finale sar $\hat{A}$  proposto a chi non ha presentato relazioni soddisfacenti e a chi non sia soddisfatto del voto ottenuto. A ogni studente  $\hat{A}$  offerta l'opportunit $\hat{A}$  di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso.

Un esame orale finale  $\hat{A}$  riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione :**

Si valuter $\hat{A}$  il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato.

Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacit $\hat{A}$  di risolvere problemi.

**Testi di riferimento :**

Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

E' possibile che uno studente trovi pi $\hat{A}$ 1 semplice studiare uno o pi $\hat{A}$ 1 argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online.

Quando possibile, l'insegnante dar $\hat{A}$  indicazioni su dove reperire tale materiale.

---

## TEORIA DEI NUMERI 2

(Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA)

**Periodo:** I anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Prerequisiti :**

Teoria di Numeri 1.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni alla lavagna.

**Contenuti :**

Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields".

Si studieranno: anelli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale.

Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

**Modalità di esame :**

Ci saranno compiti settimanali, un compitino a meta sessione ed un'esame scritto finale.

**Criteri di valutazione :**

I compiti verranno valutati 40% del voto, il compitino 20% e l'esame finale 40%.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

J.-P. Serre, Local fields.

H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

---

## TEORIA DELL'APPROSSIMAZIONE E APPLICAZIONI

(Titolare: Prof. STEFANO DE MARCHI)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00 CFU

**Prerequisiti :**

Il corso richiede le conoscenze acquisite nei corsi di base di Calcolo Numerico e di Analisi Numerica. E' utile aver seguito un corso di Analisi Funzionale. Si assume la conoscenza della programmazione in Matlab.

**Conoscenze e abilita' da acquisire :**

Analisi di problemi di approssimazione univariati e multivariati con funzioni polinomiali e funzioni radiali di base. Applicazioni: interpolazione, quadratura, iperinterpolazione e soluzione di PDEs. Stime d'errore in varie norme. Soluzione di problemi test con l'uso di Matlab.

**Attivita' di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Il corso si articola in lezioni frontali in aula (48h) e lezioni di laboratorio informatico in Matlab (8h).

**Contenuti :**

Il corso si articola in 2 parti teoriche ciascuna di 24h di lezione frontali, in tutto 48h, pari a 6CFU.

Sono quindi previste 8h di laboratorio pari a 1CFU.

PRIMA PARTE (24h+2h): dall'approssimazione polinomiale univariata a quella multivariata

- polinomio di migliore approssimazione uniforme
- modulo di continuit  e costante di Lebesgue
- distribuzioni quasi ottimali di punti nel caso 1-dimensionale
- punti di Padova per interpolazione e cubatura
- mesh (debolmente) ammissibili.
- applicazioni e laboratorio (6h)

SECONDA PARTE (24h+6h): Funzioni Radiali di Base (RBF)

- dalle splines alle RBF
- funzioni definite positive
- funzioni condizionatamente definite positive
- spazi nativi, funzioni potenza e stime d'errore
- soluzione di PDEs ellittiche
- applicazioni e laboratorio (10h)

**Modalit  di esame :**

Scritto con domande di teoria. Si far  poi un orale con discussione delle esercitazioni di laboratorio.

**Criteri di valutazione :**

Lo studente dovr  dimostrare di aver acquisito la conoscenza dei vari argomenti presentati nel corso, sia dal punto di vista teorico ed algoritmico, che dal punto di vista dell'applicazione degli stessi in laboratorio.

Durante i laboratori, sar  necessario dimostrare una relativa sicurezza ed indipendenza nell'uso e nella scrittura di programmi in Matlab.

**Testi di riferimento :**

Gregory E. Fasshauer, *Meshfree Approximation Methods with Matlab.* : World Scientific Publishing Co., 2008

Stefano De Marchi, *Lectures on Multivariate Polynomial Interpolation.* : , 2015

Stefano De Marchi, *Four lectures on Radial Basis Functions.* : , 2014

Wen Chen, Zhuo-Ja Fu and C.S. Chen, *Recent Advances in Radial Basis Function Collocation Methods.* : Springer (Briefs in Applied Sciences and Tech.), 2014

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

- Prima parte: appunti del docente (vedasi sotto)
- Seconda parte: altri appunti del docente e i libri di riferimento indicati

---

## TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

(Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE) Insegnamento non attivato per l'a.a 2017/2018

**Periodo:** 1 anno, 2 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU  
**Sede dell'insegnamento :** See English version  
**Aule :** Torre Archimede, room 2AB40

**Prerequisiti :**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilit  da acquisire :**

Lo studente apprender  le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attivit  di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Lezioni frontali.

**Contenuti :**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalit . Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocit  di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involupante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalit  di esame :**

Scritto, dato da una serie di esercizi.

**Criteri di valutazione :**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento :**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

J.P. Serre, *R presentations Lin aires des Groupes Finis*; (there exists also an English version);

J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer

P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

---

## TEORIA DELLE FUNZIONI

(Titolare: Prof. MASSIMO LANZA DE CRISTOFORIS)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00 CFU

**Prerequisiti :**

Corsi di analisi del biennio e preferibilmente i corsi  
Analisi Reale  
Metodi Matematici  
Analisi Funzionale 1

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

Metodi di teoria del potenziale e di analisi funzionale ed armonica per lo studio di problemi al contorno per equazioni differenziali ed integrali.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi

**Contenuti :**

Calcolo differenziale negli spazi di Banach, funzioni analitiche incluse.

Spazi di Schauder. Teoria del potenziale.

Problemi al contorno per equazioni ellittiche. Problemi di perturbazione singolare.

Grado topologico e sue applicazioni allo studio delle equazioni differenziali ed integrali non lineari.

**Modalità di esame :**

Prove parziali ed esame finale orale

**Criteri di valutazione :**

Si valuteranno le conoscenze del candidato su ciascun argomento del programma

**Testi di riferimento :**

Nirenberg, Louis; Artino, Ralph A., *Topics in nonlinear functional analysis* Louis Nirenberg notes by Ralph A. Artino. New York: Courant institute of mathematical sciences, Providence, American mathematical society, 2001

Folland, Gerald B., *Introduction to partial differential equations* by Gerald B. Folland. Princeton: N.J., Princeton University Press and University of Tokio Press, 1976

Cartan, Henri, *Cours de calcul différentiel* Henri Cartan. Paris: Hermann, 1977

Deimling, Klaus, *Nonlinear functional analysis* Klaus Deimling. Berlin <etc.>: Springer-Verlag, 0

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio :**

I contenuti del corso sono interamente coperti da dispense e/o da riferimenti bibliografici precisi, che in parte sono sotto indicati.

## TOPOLOGIA 2

(Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO)

**Periodo:** I anno, 1 semestre  
**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale  
**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00 CFU

**Conoscenze e abilità da acquisire :**

vedi sotto

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento :**

Categorie e Funtori

Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi.

Categorie Additive ed Abelian

Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext.

Fasce Abelian su Spazi Topologici

Studieremo fasce abeliane su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne ( $\text{Hom}$  e  $\hat{\otimes}$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasce localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento.

Coomologia di Fasce

Dimostreremo che la categoria dei fasce abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasce. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasce localmente costanti

è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.



**Contenuti :**

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti.

I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi.

Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali  $\Gamma$  è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

**Modalità di esame :**

tradizionale

**Criteri di valutazione :**

esame orale

**Testi di riferimento :**

Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,

---

## Curriculum: Curriculum Generale

---