(1) Quante soluzioni reali ha l'equazione $5^{2x} = 4(5^x - 1)$?

(a) una
(b) due
(c) infinite
(d) nessuna
(e) non si può dire

(2) Da un'urna contenente 90 palline numerate se ne estraggono due, ed escono i numeri m e n. Si vince ogniqualvolta al più uno dei due numeri estratti è pari. Possiamo quindi affermare che abbiamo vinto se e solo se:

(a) m è pari e n è dispari
(b) m è pari oppure n è pari
(c) m è pari e n è dispari oppure, viceversa, m è dispari e n è pari
(d) m è dispari oppure n è dispari
(e) m è pari e n è pari

(3) In un cerchio di raggio unitario, quant'è lunga la corda che dista 1/2 dal centro?

(a) $\sqrt{3}/2$
(b) $\sqrt{3}$
(c) $2\sqrt{3}$
(d) $3\sqrt{2}$
(e) $4\sqrt{3}$

(4) Si considerino tutti gli anagrammi della parola "METRO", ovvero tutte le parole che si possono ottenere da questa permutando le 5 lettere. Quanti sono gli anagrammi che non contengono T al centro?

(a) 120
(b) 80
(c) 5
(d) 20
(e) 96

(5) L'espressione $\alpha = \log_2 \sqrt[3]{10}$ equivale a:

(a) $2^{3\alpha} = 10$
(b) $3^{2\alpha} = 10$
(c) $3^{\alpha} = 5$
(d) $2^{\alpha} = 10/3$
(e) $6\alpha = 10$

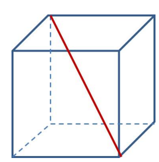
(6) Elena ha quattro figli. Il primogenito Antonio è nato quando Elena aveva 22 anni. I due gemelli Giulio e Francesca hanno ciascuno due anni in meno di Antonio. L'ultimogenito, Ludovico, ha tre anni meno di Francesca. La somma delle età della mamma e dei suoi quattro figli è 63. Qual è l'età di ciascun gemello?

(a) 10
(b) 5
(c) 8
(d) 7
(e) 3

(7) Per quali valori reali del parametro k l'equazione $x^2 + 2x + (k+3)^2 = 0$ ammette una sola soluzione?

(a) Nessun valore reale di k.
(b) $k_1 = -1$, $k_2 = -5$
(c) $k_1 = -2$, $k_2 = -4$
(d) $k_1 = -1$, $k_2 = -4$
(e) $k_1 = -2$, $k_2 = -5$

(8) Si consideri il cubo in figura. Sapendo che il suo volume è pari a $27\,\mathrm{cm}^3$, possiamo affermare che la dimensione della diagonale disegnata in figura è:

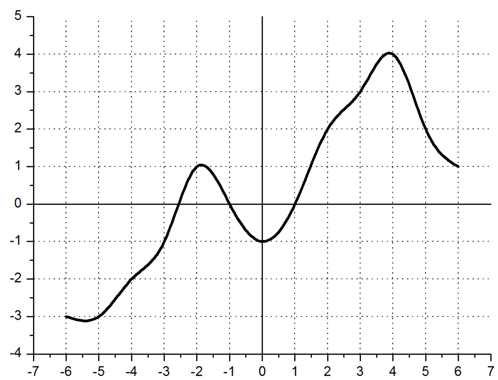


(a) $3\,\mathrm{cm}$
(b) $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
(c) $3/\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
(d) $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
(e) $2/\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

(9) Alla mattina Mario dice alla moglie: *"Se piove vado a lavorare in macchina e non torno a casa a pranzo"*. Alla sera la moglie, che dice sempre la verità, afferma: *"Mario, stamattina hai detto il falso!"*. Cosa possiamo sicuramente dire di quel giorno?

(a) Mario è tornato a casa a pranzo
(b) Mario non è andato a lavorare in macchina
(c) Mario non è andato a lavorare in macchina ed è tornato a casa a pranzo
(d) pioveva
(e) non pioveva

(10) Sia $f : [-6, 6] \to \mathbb{R}$ una funzione reale di variabile reale il cui grafico è abbozzato nella figura



e sia $\beta = \dfrac{f(f(2)) - f(1)}{f(-3)}$. Allora possiamo affermare che:

(a) $\beta = 2/3$
(b) $\beta = 1$
(c) $\beta = -2/3$
(d) $\beta = -2$
(e) $\beta = 2$

(11) Sia $\mathbb{N}$ l'insieme dei numeri naturali, e sia $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una funzione *iniettiva*, cioè con la seguente proprietà:

"per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, se $a \neq b$ allora $f(a) \neq f(b)$".

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(a) per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, se $f(a) = f(b)$ allora $a = b$
(b) per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, se $a \neq b$ allora $f(f(a)) \neq f(f(b))$
(c) per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, se $a = b$ allora $f(a) = f(b)$
(d) per ogni funzione $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ e per ogni $a, b \in \mathbb{N}$, se $a \neq b$ allora $g(f(a)) \neq g(f(b))$
(e) esiste una funzione $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tale che $g(f(a)) = a$ per ogni $a \in \mathbb{N}$

(12) Per poter negare l'affermazione *"can che abbaia non morde"*, la condizione che esista un cane che morde è:

(a) necessaria, ma non sufficiente
(b) sufficiente, ma non necessaria
(c) necessaria e sufficiente
(d) né necessaria né sufficiente
(e) ininfluente

(13) Delle risposte date a un questionario, 8 sono errate e l'80% sono esatte. Quante risposte sono state date?

(a) 88
(b) 72
(c) 48
(d) 40
(e) non si può dire

(14) Sia M l'insieme dei mammiferi e sia C l'insieme dei carnivori. Dalla informazione che esiste certamente un mammifero che non è carnivoro e che esiste certamente un carnivoro che non è un mammifero, possiamo dedurre con certezza che:

(a) gli insiemi M e C non hanno elementi comuni
(b) gli insiemi M e C hanno elementi comuni
(c) gli insiemi M e C non hanno lo stesso numero di elementi
(d) l'insieme C non è contenuto nell'insieme M
(e) l'insieme C è contenuto nell'insieme M

(15) Se ad ogni generazione la popolazione mondiale si quadruplicasse, partendo da Adamo ed Eva, dopo quante generazioni la popolazione sarebbe costituita da 2048 persone?

(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6
(e) 7

(16) In una classe, 10 alunni in tutto vanno in gita, 7 vanno in gita e vengono promossi, alcuni promossi non sono andati in gita, mentre solo 5 respinti non sono andati in gita. Quanti sono come minimo gli alunni della classe?

(a) 11
(b) 14
(c) 16
(d) 20
(e) 22

(17) Un investitore acquista un pacchetto di azioni per 10000 euro. Nel primo anno le azioni aumentano del 20%, ma l'anno successivo perdono il 19%, e l'investitore decide di vendere. Senza tenere conto di costi di deposito o di altre commissioni, possiamo dire che l'investitore:

(a) ha guadagnato circa 100 euro
(b) ha guadagnato poco meno di 50 euro
(c) non ha né perso né guadagnato
(d) ha perso circa 100 euro
(e) ha perso piu' di 250 euro

(18) Per y numero reale diverso da zero, l'espressione: $x - y^{-1}$ equivale all'espressione:

(a) $\frac{xy-1}{y}$
(b) $\frac{y-x}{xy} - 1$
(c) $\frac{x}{y} - 1$
(d) $\frac{x-1}{y}$
(e) $\frac{xy-1}{x}$

(19) Sia $\mathbb{R}$ l'insieme dei numeri reali e sia $\mathcal{F}$ l'insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Introduciamo in $\mathcal{F}$ un'operazione che associa ad ogni coppia $f, g \in \mathcal{F}$ una nuova *funzione prodotto* $fg \in \mathcal{F}$ definita ponendo, per ogni $x \in \mathbb{R}$,

$$fg\,(x) = f(x)g(x)$$

dove $f(x)g(x)$ è l'usuale prodotto tra numeri reali. Denotiamo con $\mathbf{0} \in \mathcal{F}$ la funzione costantemente eguale a zero. Diciamo che una funzione $f \in \mathcal{F}$ *divide lo zero* se e solo se esiste $g \in \mathcal{F},\ g \neq \mathbf{0}$ tale che $fg = \mathbf{0}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(a) la funzione $\mathbf{0}$ divide lo zero
(b) f non divide lo zero se e solo se esiste $g \in \mathcal{F},\ g \neq \mathbf{0}$ tale che $fg \neq \mathbf{0}$
(c) f divide lo zero se e solo se esiste $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che $f(x_0) = 0$
(d) f non divide lo zero se e solo se per ogni $g \in \mathcal{F}$ se $fg = \mathbf{0}$ allora $g = \mathbf{0}$
(e) se $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, allora f non divide lo zero

(20) In un test a risposta multipla con una sola risposta esatta, le risposte (2) e (3) sono conseguenza logica della risposta (1), la risposta (4) è conseguenza logica sia della risposta (2) che della risposta (3), e la risposta (5) è logicamente equivalente alla risposta (2). Allora la risposta corretta è:

(a) la (1)
(b) la (2)
(c) la (3)
(d) la (4)
(e) la (5)